

Corsi di Laurea Magistrale in Matematica, A.A. 2019-20  
Calcolo stocastico e applicazioni (Docente: Bertini)  
Esercizi settimanali

SETTIMANA 1

**Esercizio 1.** Si consideri l'operatore  $-\frac{d^2}{dt^2}$  nell'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Trovare le condizioni al bordo per cui la sua funzione di Green è data da  $C(s, t) = \min\{s, t\}$ . Interpretare il risultato in termini della covarianza del moto Browniano.

**Esercizio 2.** Sia  $C(\mathbb{R}_+)$  l'insieme delle funzioni continue sul semiasse reale. Trovare una metrica che induca la convergenza uniforme sui compatti:  $x_n \rightarrow x$  sse per ogni compatto  $K \subset \mathbb{R}_+$  si ha che  $x_n$  converge a  $x$  uniformemente in  $K$ . Verificare che la  $\sigma$  algebra di Borel coincide con la  $\sigma$  algebra generata dai cilindri.

**Esercizio 3.** Esercizio 1.16 del libro di Liggett.

**Esercizio 4.** Esercizio 1.20 del libro di Liggett.

**Esercizio 5.** Esercizio 1.22 del libro di Liggett. (IL DOCENTE NON SA RISOLVERLO)