

Corsi di Laurea Magistrale in Matematica, A.A. 2019-20
Calcolo stocastico e applicazioni (Docente: Bertini)
Esercizi settimanali

SETTIMANA 10

Esercizio 1. Sia X un processo di Feller con semigruppato P_t e generatore L . Sia inoltre M_t^f , $t \geq 0$ la martingala di Dynkin

$$M_t^f := f(X_t) - f(X_0) - \int_0^t ds Lf(X_s)$$

Rispondere alle seguenti domande senza preoccuparsi di domini (!?)

1) Verificare che

$$\Gamma(f, g) := \frac{1}{2} \frac{d}{dt} [P_t(fg) - P_t f P_t g] \Big|_{t=0} = \frac{1}{2} [L(fg) - fLg - gLf]$$

2) Verificare che

$$d\langle M^f, M^g \rangle_t = 2\Gamma(f, g)(X_t) dt$$

Nel senso che $M_t^f M_t^g - \langle M^f, M^g \rangle_t$ è una martingala.

3) Nel caso di un processo di diffusione, i.e. soluzione di un'equazione stocastica, confrontare con quanto ottenuto dalla formula di Ito.

Esercizio 2. Ex. 3.5 libro di Liggett

Esercizio 3. Ex. 3.18 libro di Liggett

Esercizio 4. Ex. 3.20 libro di Liggett

Esercizio 5. Esempio 3.54 libro di Liggett