



Corsi di Laurea in Informatica, A.A. 2023-24
Calcolo delle probabilità (Docente: Bertini)
Esercizi settimanali

FOGLIO 4

Esercizio 1. Siano A, B due eventi con $\mathbb{P}(A) = 0.3$, $\mathbb{P}(A \cup B) = 0.5$ e $\mathbb{P}(B) = p$. Trovare il valore di p nei seguenti casi:

- 1) A e B sono disgiunti,
- 2) A e B sono indipendenti,
- 3) A è un sottoinsieme di B .

Esercizio 2. Siano A, B, C tre eventi indipendenti. Dimostrare che i seguenti eventi sono indipendenti

- 1) A^c, B, C ,
- 2) A^c, B^c, C ,
- 3) A^c, B^c, C^c .

Esercizio 3. Vengono lanciati 2 dadi regolari.

- 1) Mostrare che l'evento "la somma dei dadi fa sette" è indipendente dal risultato del primo dado.
- 2) Mostrare che l'evento "la somma dei dadi fa nove" non è indipendente dal risultato del primo dado.
- 3) Dare una spiegazione intuitiva della diversità tra i due casi precedenti.

Esercizio 4. Se i tre cavalli a, b, c competono tra loro le rispettive probabilità di vittoria sono 0.3, 0.5, 0.2. Si sfidano in tre gare consecutive. Calcolare la probabilità dei seguenti eventi:

- 1) lo stesso cavallo vince tutte e tre le gare,
- 2) ogni cavallo vince una gara.

Esercizio 5. In un'azienda le macchine A, B, e C producono rispettivamente il 40%, 10%, e 50% dei prodotti. Le rispettive percentuali di prodotti difettosi sono 2%, 3% e 4%. Scegliendo un prodotto a caso,

- 1) calcolare la probabilità che sia difettoso,
- 2) supponendo sia difettoso, calcolare le probabilità che sia stato prodotto dalla macchina A, B, o C.

Esercizio 6. Un canale di comunicazione trasmette segnali binari. A causa del rumore di fondo alcune volte viene trasmesso 0, ma è ricevuto 1; altre volte viene trasmesso 1 e ricevuto 0. Si assuma che

- la probabilità che uno 0 sia ricevuto correttamente è 0.94;
- la probabilità che un 1 sia ricevuto correttamente è 0.91.

Viene spedito un singolo bit, che con probabilità 0.45 è 0 e con probabilità 0.55 è 1. Calcolare:

- 1) la probabilità che venga ricevuto 1;
- 2) la probabilità che venga ricevuto 0;

- 3) la probabilità che sia stato trasmesso 1 se si è ricevuto 1;
- 4) la probabilità che sia stato trasmesso 0 se si è ricevuto 0;
- 5) la probabilità che si verifichi un errore di trasmissione.

Esercizio 7. Armando gioca 10 partite alla roulette puntando sul rosso 1 euro a partita. La probabilità di vincere una singola partita è $18/37$

- 1) Calcolare la probabilità che Armando vinca per la prima volta alla quinta partita.
- 2) Calcolare la probabilità che Armando vinca almeno 2 partite.
- 3) Calcolare la probabilità che alla fine delle 10 partite il capitale di Armando sia aumentato di 2 euro.

Esercizio 8.

- 1) Siano $B, N, n \in \mathbb{N}$ con $B, N \geq n$. Dimostrare mediante un'interpretazione probabilistica la formula

$$\sum_{k=0}^n \binom{B}{k} \binom{N}{n-k} = \binom{N+B}{n}.$$

- 2) Alice e Bob lanciano una moneta equa n volte ciascuno. Calcolare la probabilità che ottengano lo stesso numero di teste.