



Corsi di Laurea in Informatica, A.A. 2023-24
Calcolo delle probabilità (Docente: Bertini)
Esercizi settimanali

ESERCIZI SU CATENE DI MARKOV [FACOLTATIVI]

Esercizio 1. Si consideri il seguente modello markoviano per le previsioni metereologiche. Se un giorno piove il giorno successivo piove con probabilità del 50%, se un giorno non piove il giorno successivo piove con probabilità del 30%. Sapendo che lunedì non piove, calcolare:

- 1) la probabilità che mercoledì piova,
- 2) la probabilità che giovedì non piova,
- 3) la probabilità che piova sia mercoledì che giovedì.

Esercizio 2. Si consideri la catena di Markov con spazio degli stati $\{0, 1\}$ e probabilità di transizione

$$P = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 2/5 & 3/5 \end{pmatrix}$$

- 1) Trovare la probabilità stazionaria.
- 2) Descrivere il limite per $n \rightarrow \infty$ della matrice P^n .
- 3) Descrivere il limite per $n \rightarrow \infty$ del vettore riga $(1/2, 1/2)P^n$.

Esercizio 3. Si consideri la catena di Markov con spazio degli stati $\{1, 2, 3\}$ e probabilità di transizione

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 3/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) Verificare che P è ergodica.
- 2) Trovare la probabilità stazionaria.
- 3) Descrivere il limite per $n \rightarrow \infty$ della matrice P^n .
- 4) Descrivere il limite per $n \rightarrow \infty$ del vettore riga $(1/4, 1/4, 1/2)P^n$.