

## Quinto foglio di Esercizi di Matematica I, 02/03

I. Birindelli

1) Determinare il rango della matrice  $A$  al variare di  $a \in \mathbb{R}$  e della matrice  $B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ a & 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Calcolare  $A \cdot B$ .

2) Determinare l'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x + 3y + z = 1 \\ -x - 3y + z = 2 \end{cases}$$

Dare una caratterizzazione geometrica delle soluzioni.

3) Risolvere al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 3x - y + 3z = 0 \\ 2x - \alpha y + z = 3 \end{cases}$$

4) Risolvere il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y - z + t = 0 \\ 2x + 2y - 2z - t = 1 \\ x - y + z + 2t = 2 \\ x + y - z - 2t = 1 \\ 2y - 2z - t = -2 \end{cases}$$

5) Sia  $\Pi_1$  il piano passante per il punto  $P_1 = (0, 1, 0)$  e avente come giacitura  $\vec{u} = (1, 1, 0)$   $\vec{v} = (-1, 2, 1)$ , sia  $\Pi_2$  il piano determinato dall'equazione  $2x + 2y - z = 1$  e sia  $\Pi_3$  il piano per il punto  $(1, 2, 0)$  ortogonale al vettore  $(-1, 1, 2)$ . Trovare i punti di intersezione di questi tre piani.

6) Determinare la posizione relativa della retta  $r$  passante per il punto  $P_0 = (1, -2, 0)$  e di direzione il vettore  $(1, 1, 1)$  e della retta  $s$  di equazione

$$\begin{cases} 3x + y - z = 0 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases}$$

In particolare dire se sono parallele, sghembe o se si intersecano e in quel caso dire in quale punto.