Ist. di Matematica II- 21 gennaio 2013 -

(Svolgere 5 esercizi su 7. Le domande facoltative non danno punti ma *prestigio)*

Esercizio 1. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{x-1}{y^2} \\ y(0) = y_o \end{cases}$$

con $y_o = 1$.

Esercizio 2. Determinare l'integrale generale dell'equazione $y'' + 2y' = 3x$.

Esercizio 3.a)Determinare e disegnare D l'insieme di definizioni della funzione $f(x,y)=\sqrt{y(y^2-x)}+\log(4-x^2)$.

b) Determinare l'equazione del piano tangente a $\frac{xy^2}{x+2y}$ in $(1,0)$.

Esercizio 4. Disegnare D, dove $D=\{(x,y)\in \mathbf{R^2},\ \mathbf{(1-x^2)^2\leq y\leq -x^2+3}\}$ e calcolare $\int\int_D x\,dxdy$.

Esercizio 5. Sia Σ la superficie $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R^3},\ \mathbf{y^2 + z^2 = 2},\ \mathbf{1 \le x \le 2}\}$.

a) Verificare se Σ è regolare e se $P_o = (\frac{3}{2}, 1, -1) \in \Sigma$.

b) Determinare l'equazione cartesiana del piano tangente a Σ in P_o.

c) Calcolare $\int\int_\Sigma x dS$.

Esercizio 6. Sia dato il campo vettoriale piano $F(x,y) = (y^2 e^{xy^2} + y, 2xye^{xy^2})$. Calcolare il lavoro di F lungo il cammino poligonale chiuso che ha per vertici $(-1,0)$, $(0,-2)$, $(1,0)$, $(0,2)$ percorso in senso antiorario..

Esercizio 7. Sia $\vec{F}(x,y,z) = (x^2, y, z^2)$. Calcolare, rot$\vec{F}$, div$\vec{F}$. Calcolare il flusso uscente da D cioè $\int\int_{\partial D} \vec{F} \cdot \vec{n} dS$ dove $D = \{(x,y,z) \in \mathbf{R^3},\ |\mathbf{x}| \leq \mathbf{1},\ |\mathbf{y}| \leq \mathbf{1}, |\mathbf{z}| \leq \mathbf{1}\}$.

Ist. di Matematica II- 21 gennaio 2013 -

(Svolgere 5 esercizi su 7. Le domande facoltative non danno punti ma *prestigio)*
Esercizio 1. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2}{x}y + e^x x^2, \\ y(1) = y_o \end{cases}$$

con $y_o = -2$.

Esercizio 2. Determinare l'integrale generale dell'equazione $y'' + 2y = 2x + 1$.

Esercizio 4. Disegnare D, dove $D = \{(x, y) \in \mathbf{R^2},\ \mathbf{x^2 + y^2 \leq 16},\ \mathbf{y > 2x}\}$ e calcolare $\int\int_D xydxdy$.

Esercizio 5. Sia Σ la superficie $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R^3},\ \mathbf{z = xy},\ \mathbf{x^2 + y^2 \leq 4},\ \mathbf{x \geq 0},\ \mathbf{y \leq 0}\}$.

a) Verificare se Σ è regolare e se $P_o = (1, -1, -1) \in \Sigma$.

b) Determinare l'equazione cartesiana del piano tangente a Σ in P_o.

c) Calcolare $\int\int_\Sigma z dS$.

Esercizio 6. Sia dato il campo vettoriale piano $F(x,y) = (\frac{y-2x}{x^2-xy}, \frac{x}{x^2-xy})$. Calcolare il lavoro di F lungo la curva γ parametrizzata da $(te^{3(t-1)}, 2te^{(t^2-1)}$ per $t \in [0,1]$..

Esercizio 7. Sia $\vec{F}(x,y,z) = (x+y, 2x-y, x+z^2)$. Calcolare, rot$\vec{F}$, div$\vec{F}$. Calcolare il flusso uscente da D cioè $\int\int_{\partial D} \vec{F} \cdot \vec{n} dS$ dove $D = \{(x,y,z) \in \mathbf{R^3},\ \mathbf{x^2+y^2+z^2 \leq 1, 0 \leq z}\}$.

Ist. di Matematica II- 21 gennaio 2013 -

(Svolgere 5 esercizi su 7. Le domande facoltative non danno punti ma *prestigio)*

Esercizio 1. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{xy}{y^2-1} \\ y(1) = y_o \end{cases}$$

con $y_o = 2$.

Esercizio 2. Determinare l'integrale generale dell'equazione $y'' + y' = e^{-x}$.

Esercizio 4. Disegnare D, dove $D = \{(x, y) \in \mathbf{R^2},\ \mathbf{(1 - y^2)^2 \leq x \leq -y^2 + 3}\}$ e calcolare $\int\int_D y\,dx\,dy$.

Esercizio 5. Sia Σ la superficie $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R^3},\ \mathbf{x^2 + z^2 = 2},\ \mathbf{1 \leq y \leq 2}\}$.

a) Verificare se Σ è regolare e se $P_o = (1, -1, \frac{3}{2}) \in \Sigma$.

b) Determinare l'equazione cartesiana del piano tangente a Σ in P_o.

c) Calcolare $\int\int_\Sigma x dS$.

Esercizio 6. Sia dato il campo vettoriale piano $F(x, y) = (2xy\cos(x^2y), x^2\cos(x^2y) + x)$. Calcolare il lavoro di F lungo il cammino poligonale chiuso che ha per vertici $(-2, 0)$, $(0, -1)$, $(2, 0)$, $(0, 1)$ percorso in senso antiorario..

Esercizio 7. Sia $\vec{F}(x, y, z) = (x, y^2, z^3)$. Calcolare, rot$\vec{F}$, div$\vec{F}$. Calcolare il flusso uscente da D cioè $\int\int_{\partial D} \vec{F} \cdot \vec{n} dS$ dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R^3},\ |\mathbf{x}| \leq \mathbf{2},\ |\mathbf{y}| \leq \mathbf{1}, |\mathbf{z}| \leq \mathbf{2}\}$.