

Secondo Esonero Bianco, Matematica II 2012/13

1. Calcolare

$$\int \int_D x dx dy$$

dove D è la porzione di piano fra il grafico della funzione $y = e^{\frac{x}{2}}$ e la secante che congiunge i due punti del grafico di f , $(0, 1)$ e $(2, e)$.

2. Sia dato il campo vettoriale piano $F(x, y) = (e^{\sin y} + y, x \cos y e^{\sin y})$. Calcolare il lavoro di F lungo il cerchio di centro $(0, 1)$, raggio 2 percorso in senso antiorario.
3. Sia Σ la superficie parametrizzata da $\varphi : [\frac{1}{2}, 2] \times [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$, dove $\varphi(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u^2 + 2)$.
- a) Dimostrare che Σ è regolare e che $P_o = (1, 0, 3) \in \Sigma$.
 - b) Determinare l'equazione cartesiana del piano tangente a Σ in P_o .
 - c) Calcolare l'area di Σ . (Facoltativo: Disegnare Σ)

4. Sia $\vec{F}(x, y, z) = (x, y, z)$. a) Calcolare, $\text{rot} \vec{F}$, $\text{div} \vec{F}$

b) Calcolare il flusso uscente da D cioè $\int \int_{\partial D} \vec{F} \cdot \vec{n} dS$ dove

$$D = \{(x, y, z), y \geq 0, \frac{9}{4} \leq z \leq 6, x^2 + y^2 + 2 \leq z\}.$$

c) Calcolare il lavoro di $\vec{F}$ lungo la curva γ parametrizzata da $\gamma(t) = (t \cos t, t \sin t, 3)$, per $t \in (0, 2\pi)$.

5. Calcolare $\int \int_D y dx dy$ dove D è la palla di raggio 2 centrata in $(1, 0)$ dalla quale viene rimossa la palla di raggio 1 e centro l'origine.