

Prova scritta di Geometria per Ingegneria Aerospaziale
9 gennaio 2015

Compito: 3424111121

Nome:

Cognome:

1. Calcolare la distanza tra le seguenti rette dello spazio

$$r: \begin{cases} x - y - 2z - 1 = 0 \\ x + 3y - z - 1 = 0 \end{cases} \quad s: \begin{cases} 3x + y - z + 2 = 0 \\ 2x + 2y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

2. Per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, nel piano, le seguenti equazioni definiscono tre rette

$$r_1: x + \alpha y + 1 = 0, \quad r_2: \alpha x + 6y = 0, \quad r_3: \alpha x + y - \alpha = 0.$$

Per quali valori di α l'intersezione delle tre rette, $r_1 \cap r_2 \cap r_3$, è un punto?

3. Dati i seguenti sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^4

$$U_1 = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}, \quad U_2: \begin{cases} 11x_1 - 6x_2 - 10x_3 = 0 \\ 3x_1 - 8x_2 - 10x_4 = 0 \end{cases},$$

determinare una base di $U_1 \cap U_2$ e completarla a una base di $U_1 + U_2$.

4. Studiare la conica di equazione $x^2 + 4xy + y^2 + 4x + 1 = 0$.

5. Dati i seguenti vettori di \mathbb{R}^3

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

sia f l'endomorfismo di \mathbb{R}^3 definito come

$$f(v) = \langle u_1, v \rangle u_1 + \langle u_2, v \rangle u_2, \text{ per ogni } v \in \mathbb{R}^3.$$

Mostrare che f è simmetrico e determinare una base ortonormale di \mathbb{R}^3 formata da autovettori di f .