

Prova scritta di Geometria per Ingegneria Aerospaziale
17 febbraio 2015

Compito: 3224112213

Nome:

Cognome:

1. Determinare la distanza del punto P di coordinate $(-2, 3, 2)$ dalla retta r di equazioni

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 0 \\ x - 4z + 4 = 0 \end{cases} .$$

2. Determinare una base ortonormale di autovettori per l'endomorfismo simmetrico di \mathbb{R}^3 associato, rispetto alla base canonica, alla matrice

$$\begin{pmatrix} 9 & -3 & -9 \\ -3 & 1 & 3 \\ -9 & 3 & 9 \end{pmatrix} .$$

3. Determinare la retta passante per il punto P di coordinate $(1, -1, 0)$ che interseca entrambe le rette r e s ,

$$r: \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases} , \quad s: \begin{cases} y - z - 1 = 0 \\ x + z - 1 = 0 \end{cases} .$$

4. Trovare l'equazione dell'iperbole avente fuochi di coordinate $(0, 0)$ e $(1, -\sqrt{3})$ e passante per il punto di coordinate $(1, 0)$.

5. Siano $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ e $g: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ le applicazioni lineari tali che

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$g \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad g \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad g \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad g \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Sia $g \circ f$ l'endomorfismo di \mathbb{R}^3 ottenuto applicando prima f e poi g : scriverne la matrice associata rispetto alla base canonica, e determinarne una base del nucleo e una base dell'immagine.