

Prova scritta di Geometria per Ingegneria Aerospaziale
22 settembre 2015

Compito: 43321322

Nome:

Cognome:

1. Calcolare l'area del triangolo (nello spazio) di vertici $(1, 1, 0)$, $(1, 0, 3)$ e $(0, 1, 1)$.

2. Studiare la conica di equazione $x^2 - xy + y^2 + x - 1 = 0$.

3. Sia $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare tale che

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Determinare:

(a) una base del nucleo di f ,

(b) una base dell'immagine di f ,

(c) la controimmagine $f^{-1}(v)$ del vettore $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

4. Date la retta r passante per i punti $A = (3, -2, 0)$, $B = (-3, 1, -3)$ e la retta

$$s: \begin{cases} 2x - 4y - z = 0 \\ x - 2y + z + 3 = 0 \end{cases}$$

si trovino, se esistono:

(a) un loro punto di intersezione,

(b) l'equazione di un piano che le contiene entrambe,

(c) un punto di s centro di una sfera passante per i punti A, B .