

Prova scritta di Geometria
2 novembre 2015

1. Mostrare che l'applicazione lineare $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - x_2 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 \\ -x_2 + 2x_3 \end{pmatrix}$$

è invertibile, e calcolare l'applicazione inversa.

2. Determinare la retta passante per il punto P di coordinate $(1, 1, 2)$ che interseca entrambe le rette r e s ,

$$r: \begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ 2x - y - 2 = 0 \end{cases}, \quad s: \begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ x - 2y + 2z = 0 \end{cases}.$$

3. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

trovare una matrice diagonale B e una matrice invertibile C tali che

$$C^T A C = B.$$