Prova scritta di Geometria per Ingegneria Aerospaziale
22 gennaio 2016

Compito: 1133212311
Nome:
Cognome:

1. Trovare una base dell'intersezione dei seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^4$

$$U_1 = \mathrm{Span}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \qquad U_2 = \mathrm{Span}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

2. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ determinare quante soluzioni ammette il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} (k-2)x + y - z &= 1 \\ (3-k)y - z &= 1 \\ (k-2)x + 2y &= 1 \end{cases}$$

3. Determinare il punto equidistante dai quattro punti seguenti

$$P = (1, 2, 0),\ Q = (-1, 0, -1),\ R = (1, -1, 1),\ S = (0, 3, -1)$$

4. Sia $P = (1,1,1) \in \mathbb{R}^3$.

   (a) Scrivere l'equazione del piano π passante per P e parallelo al piano di equazione $-x + y + z = \sqrt{2}$.

   (b) Scegliere tre rette r_1, r_2 ed r_3 giacenti sul piano π, passanti per il punto P e tali che formino un angolo di $\frac{\pi}{3}$ tra di loro.

   (c) Su ognuna delle tre rette r_i si trovino i punti distanti $\sqrt{3}$ da P.

   (d) Calcolare l'area del poligono con vertici i punti appena trovati.

5. Trovare una forma bilineare simmetrica b su $\mathbb{R}^3$ tale che

$$b(e_1, e_1) = b(e_2, e_2) = b(e_3, e_3) = -2$$

   e definita positiva su $\operatorname{Span}\{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$.