

Prova scritta di Geometria per Ingegneria Aerospaziale
19 luglio 2016

Compito: 1133232111

Nome:

Cognome:

1. Sia $\mathbb{R}[x]_{\leq n}$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado minore o uguale ad n , con la struttura usuale di spazio vettoriale. Descrivere tutti i polinomi $p(x) \in \mathbb{R}[x]_{\leq 4}$ tali che

$$2p'(x) + p''(x) - p'''(x) = 1 - 2x$$

2. Calcolare la distanza tra il punto Q e la retta r di \mathbb{R}^3 dati da

$$Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad r : \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - 2y + z = -2 \end{cases}$$

3. Trovare una base ortonormale e lo spazio ortogonale al seguente sottospazio di \mathbb{R}^4 (dotato del prodotto scalare standard)

$$U = \text{Span} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \right)$$

4. Rispondere alle seguenti domande giustificando la risposta:

- (a) Sia A una matrice simmetrica $n \times n$ con entrate $\{a_{ij}\}$ reali. Se A è definita positiva, è vero che $a_{ij} > 0$ per ogni i, j ?
- (b) È vero che ogni endomorfismo di \mathbb{R}^2 ha sempre un autovalore reale?
- (c) Un endomorfismo $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ con autovalori $0, -1, 4$ può essere invertibile?
- (d) È vero che ogni matrice triangolare superiore ammette un autovettore?
- (e) È vero che ogni matrice quadrata ammette un autovettore?
- (f) In \mathbb{R}^6 possono esistere due sottospazi affini di dimensione tre che si intersecano in un solo punto?

5. Studiare la conica di equazione $2x^2 + 3xy - 2y^2 - x - 7y - 13 = 0$.