

**Prova scritta di Geometria per Ingegneria Aerospaziale**  
**20 settembre 2016**

Compito: 1132232111

Nome:

Cognome:

1. Al variare del parametro reale  $\alpha$ , si consideri l'applicazione  $f_\alpha: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  tale che

$$f_\alpha(x, y, z) = (x + y + 2z, x + \alpha z, 2y + 2z, x - 2y - \alpha z).$$

Per quali valori di  $\alpha$  l'applicazione è iniettiva? Per quali valori è suriettiva?

2. Trovare l'equazione della sfera passante per il punto  $P=(2,1,1)$  e che intersechi il piano  $\{z = 0\}$  nella circonferenza  $\mathcal{C}$  di equazione  $x^2 + y^2 - 3y - 1 = 0$ ,  $z = 0$ .

3. Dire che tipo di conica è la seguente.

$$4x^2 - 4xy + y^2 - 5x + 3y + 1 = 0$$

4. Calcolare la decima potenza della matrice seguente.

$$\begin{pmatrix} 4/3 & 1/3 & -2/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ -2/3 & 1/3 & 4/3 \end{pmatrix}$$

5. Nello spazio vettoriale  $V$  delle matrici  $2 \times 2$  reali, si consideri il seguente insieme

$$U := \{X \in V \mid XY = YX \text{ dove } Y := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\}.$$

Dimostrare che  $U$  è un sottospazio vettoriale di  $V$ , calcolarne la dimensione e trovare una base.