

**Prova scritta di Geometria**  
**8 novembre 2016**

1. Calcolare autovalori e autospazi del seguente endomorfismo di  $\mathbb{R}^3$ .

$$f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5x_1 + x_2 + 2x_3 \\ -5x_1 + 3x_2 - 4x_3 \\ -10x_1 - 4x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}$$

2. Determinare la posizione reciproca delle rette  $r$  e  $s$  di equazioni

$$r: \begin{cases} 2x - y + 3z + 1 = 0 \\ x + 2y + 2z + 2 = 0 \end{cases} \quad s: \begin{cases} x - 3y + z + 1 = 0 \\ 3x + y + 5z - 1 = 0 \end{cases}$$

e trovare un piano passante per il punto  $P$  di coordinate  $(0, 1, 1)$  e parallelo alle rette  $r$  e  $s$ .

3. Studiare la conica di equazione

$$3x^2 + 8xy - 3y^2 - 5x - 4y + 1 = 0.$$