

Foglio 1, Esercizi di Geometria 2015/2016, P.B.

1. Determinare l'insieme delle soluzioni dei seguenti sistemi lineari.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ x_2 - x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$$

2. Calcolare la dimensione dello spazio delle soluzioni dei seguenti sistemi lineari omogenei.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_6 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_5 + 2x_6 = 0 \\ x_2 - 2x_4 - 2x_5 - 2x_6 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

3. Determinare i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui il seguente sistema lineare (nelle incognite x, y, z) è compatibile.

$$\begin{cases} x + z = 1 \\ y + \alpha z = -1 \\ x - \alpha y = 0 \end{cases}$$

4. Calcolare il rango del tabellone della tombola.

1	2	...	9	10
11	12	...	19	20
⋮	⋮		⋮	⋮
71	72	...	79	80
81	82	...	89	90

5. Di ognuna delle seguenti matrici quadrate dire se è invertibile ed eventualmente calcolarne l'inversa.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Trovare due matrici 2×2 che hanno lo stesso rango ma che non sono equivalenti per righe.
7. Trovare una matrice 3×3 con coefficienti tutti diversi da zero e con determinante uguale a 1.

8. Usando lo sviluppo di Laplace, calcolare il determinante di

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

9. Usando la formula dei cofattori, calcolare la matrice inversa di

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

10. Risolvere il seguente sistema lineare.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$