

**Foglio 5, Esercizi di Geometria 2015/2016, P.B.**

1. Scrivere delle equazioni parametriche per la retta passante per i punti  $P_1 = (1, -2, 5)$  e  $P_2 = (0, -2, 3)$ .
2. Scrivere delle equazioni cartesiane per la retta passante per i punti  $P_1 = (1, 1, 0)$  e  $P_2 = (1, 0, -3)$ .
3. Mostrare che i punti  $P_1 = (2, -1, 0)$ ,  $P_2 = (0, -2, 1)$ ,  $P_3 = (1, 1, 1)$  non sono allineati e scrivere delle equazioni parametriche per il piano passante per i punti  $P_1, P_2, P_3$ .
4. Mostrare che i punti  $P_1 = (1, 1, -1)$ ,  $P_2 = (1, -1, 1)$ ,  $P_3 = (-1, 1, 1)$  non sono allineati e scrivere un'equazione cartesiana per il piano passante per i punti  $P_1, P_2, P_3$ .
5. In ognuno dei seguenti casi, dire se i quattro punti dati sono complanari, in tal caso scrivere l'equazione cartesiana del piano che li contiene.
  - (a)  $P = (1, 0, 0)$ ,  $Q = (0, 1, 0)$ ,  $R = (0, 0, 1)$ ,  $S = (1, 1, 1)$ .
  - (b)  $P = (1, 1, 0)$ ,  $Q = (0, 1, 1)$ ,  $R = (1, 0, 1)$ ,  $S = (2/3, 2/3, 2/3)$ .
6. Se il punto  $P$  non giace sulla retta  $r$  esiste un solo piano che contiene  $P$  e  $r$ . In ognuno dei seguenti casi mostrare che il punto  $P$  non giace sulla retta  $r$  e scrivere un'equazione cartesiana per il piano che contiene  $P$  e  $r$ .

(a)

$$P = (1, 0, -1) \quad r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

(b)

$$P = (1, 2, -2) \quad r: \begin{cases} x + y = -1 \\ y - z = 2 \end{cases}$$

7. Dire se le seguenti coppie di rette sono coincidenti, incidenti, parallele o sghembe.

(a)

$$\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

(b)

$$\begin{cases} x - y - z + 1 = 0 \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

(c)

$$\begin{cases} x - y - z + 2 = 0 \\ 2x + z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

(d)

$$\begin{cases} x + z + 1 = 0 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ 2x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

8. In ognuno dei seguenti casi dire se esiste (e se è unico) un piano passante per il punto  $P$  che non interseca le rette  $r_1$  e  $r_2$ .

(a)

$$P = (1, 1, 1) \quad r_1: \begin{cases} x + y + z + 1 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \quad r_2: \begin{cases} y - z + 2 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

(b)

$$P = (3, -4, 5) \quad r_1: \begin{cases} x - y - 3z + 1 = 0 \\ 2x + y + z - 2 = 0 \end{cases} \quad r_2: \begin{cases} x - 2y + z - 3 = 0 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$$

(c)

$$P = (1, 0, 0) \quad r_1: \begin{cases} x + y = 0 \\ x + z + 1 = 0 \end{cases} \quad r_2: \begin{cases} y + z + 1 = 0 \\ x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

(d)

$$P = (0, 0, 1) \quad r_1: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases} \quad r_2: \begin{cases} y + 2z - 1 = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

9. Determinare la retta passante per il punto  $P$  di coordinate  $(1, 1, 2)$  che interseca entrambe le rette  $r$  e  $s$ ,

$$r: \begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ 2x - y - 2 = 0 \end{cases}, \quad s: \begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ x - 2y + 2z = 0 \end{cases}.$$