

Prova scritta di Geometria per Ingegneria Aerospaziale
24 gennaio 2017

Compito: 3414211421

Nome:

Cognome:

1. Determinare gli autovalori, con le relative molteplicità algebriche e geometriche, e la segnatura della seguente matrice simmetrica.

$$\begin{pmatrix} 8 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Si scrivano le equazioni della proiezione ortogonale sul piano $\pi : 2x - 3y + z = 0$ della retta

$$r : \begin{cases} 3x + z = 0 \\ x + 2y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

3. Si considerino i sottospazi di \mathbb{R}^4 :

$$U = L \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right], \quad V = L \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right].$$

Si trovino le equazioni cartesiane di U e una base di $U \cap V$.

4. Date le rette

$$r : \begin{cases} x - y - 6 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x + 2y - 7 = 0 \\ 3y + z - 9 = 0 \end{cases}$$

se ne determini la posizione reciproca e si trovino le equazioni della retta per il punto di coordinate $(3, -2, -1)$ incidente entrambe.

5.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Dimostrare che la matrice A rappresenta una rotazione dello spazio, e determinarne l'asse di rotazione. Trovare inoltre due matrici B e C associate a delle riflessioni dello spazio il cui prodotto BC sia uguale ad A .