

Prova scritta di Geometria
28 marzo 2017

1. Si consideri l'endomorfismo di \mathbb{R}^3

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x - y + z \\ -x - y - z \\ x - y - z \end{pmatrix}.$$

- (a) Si scriva la matrice canonica A di f e si trovi il polinomio caratteristico e gli autovalori.
- (b) Si trovi una base ortonormale di ciascun autospazio e una matrice T tale che $T^t A T$ sia diagonale.

2. Si consideri il piano $\pi : x + 2y + z + 2 = 0$ e le rette

$$r_1 : \begin{cases} 2x + y + z + 1 = 0 \\ x - y + 2z - 1 = 0 \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} x - y + z + 2 = 0 \\ 3y - 2z = 0 \end{cases}.$$

- (a) Si trovino le equazioni della retta r contenuta in π perpendicolare ed incidente a r_1 .
- (b) Si trovi l'equazione del piano contenente r_1 e parallelo a r_2 e si determini la posizione reciproca di r_1 e r_2 .

3. Studiare la conica di equazione

$$7x^2 + 2\sqrt{3}xy + 5y^2 + 4\sqrt{3}x + 20y + 12 = 0.$$