

**Prova scritta di Geometria per Ingegneria Aerospaziale**  
**18 luglio 2017**

Compito: 1121311121

Nome:

Cognome:

1. Determinare una base dell'intersezione e una base della somma dei seguenti sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^4$ .

$$U: \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases} \quad V = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

2. Determinare la distanza e la retta di minima distanza tra le seguenti rette sghembe.

$$r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad s: \begin{cases} x = 1 + 2u \\ y = -1 - 2u \\ z = 1 + u \end{cases}$$

3. Determinare i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per i quali la forma bilineare simmetrica su  $\mathbb{R}^3$  associata alla seguente matrice è non degenere, e i valori per i quali la forma è definita positiva.

$$\begin{pmatrix} k & -1 & 0 \\ -1 & k & -1 \\ 0 & -1 & k \end{pmatrix}$$

4. Determinare autovalori e autospazi dell'endomorfismo  $f$  di  $\mathbb{R}^3$  tale che

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

5. Scrivere l'equazione dell'ellisse di centro  $C: (1, 1)$  e vertici

$$V_1: (1 + 3\sqrt{2}, 1 + 4\sqrt{2}), \quad V_2: (-3, 4).$$