ANALISI MATEMATICA II - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♢ (10/7/2009)

Cognome e nome..
Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:
◯ 16–17 luglio; ◯ 20–23 luglio.
Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Determinare, se esistono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali ogni soluzione $y(t)$ dell'equazione differenziale

$$y'' + 4(\alpha - 1)y' + y = e^{-t}$$

verifica la condizione $\lim_{t\to+\infty} y(t) = 0$. *(8 punti)*

---

2. a) Calcolare la serie di Fourier della funzione 2π-periodica che in $[-\pi, \pi]$ coincide con

$$f(x) = \min\{|x|, \pi/2\}$$

e dire quanto vale la sua somma.

b) Utilizzando la prima parte dell'esercizio, determinare la somma della serie numerica $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$.

(7 punti)

---

3. Dire a priori se la forma differenziale

$$\omega = \frac{2x\,dx + 3\,dy}{1 + (x^2 + 3y)^2}$$

è esatta nel suo dominio, e in tal caso trovarne le primitive. Successivamente, fare lo stesso per tutte le forme differenziali della forma

$$\omega = f(x^2 + 3y)\,(2x\,dx + 3\,dy)\,,$$

con $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ di classe C^1. *(7 punti)*

---

4. Dati i due insiemi

$$E = \left\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \;:\; x^2 + y^2 \le 4\,,\; x \ge 0\right\}, \qquad C = \left\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \;:\; x^2 + y^2 - 2y \le 0\right\},$$

calcolare le coordinate del baricentro di $E \cup C$. *(7 punti)*

---

5. Data la curva γ del piano xz di equazione

$$xz = -1\,, \quad 1 \le x \le 2\,,$$

sia S la superficie ottenuta facendo ruotare γ di un angolo giro intorno all'asse z.
a) Scrivere una parametrizzazione di S come superficie regolare;
b) trovare il versore normale a S (orientato verso l'esterno) nel punto avente le prime due coordinate pari a $x = -\frac{3}{4}$, $y = \frac{3\sqrt{3}}{4}$;
c) calcolare l'area di S.
(8 punti)

ANALISI MATEMATICA II - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♣ (10/7/2009)

Cognome e nome..
Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:
◯ 16–17 luglio; ◯ 20–23 luglio.
Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Determinare, se esistono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali ogni soluzione $y(t)$ dell'equazione differenziale

$$y'' + 4(\alpha - 2)y' + y = e^{-t}$$

verifica la condizione $\lim_{t\to+\infty} y(t) = 0$. *(8 punti)*

---

2. Calcolare la serie di Fourier della funzione 2π-periodica che in $[-\pi, \pi]$ coincide con

$$f(x) = \max\{|x|, \pi/2\}$$

e dire quanto vale la sua somma.

Utilizzando la prima parte dell'esercizio, determinare la somma della serie numerica $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$.

(7 punti)

---

3. Dire a priori se la forma differenziale

$$\omega = \frac{5\,dx - 2y\,dy}{1 + (5x - y^2)^2}$$

è esatta nel suo dominio, e in tal caso trovarne le primitive. Successivamente, fare lo stesso per tutte le forme differenziali della forma

$$\omega = f(5x - y^2)\,(5\,dx - 2y\,dy)\,,$$

con $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ di classe C^1. *(7 punti)*

---

4. Dati i due insiemi

$$E = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \;:\; x^2 + y^2 \le 1\,,\; y \ge 0\big\}\,, \qquad C = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \;:\; x^2 + y^2 - x \le 0\big\}\,,$$

calcolare le coordinate del baricentro di $E \setminus C$. *(7 punti)*

---

5. Data la curva γ del piano xz di equazione

$$xz = 1\,, \quad 1 \le x \le 3\,,$$

sia S la superficie ottenuta facendo ruotare γ di un angolo giro intorno all'asse z.
a) Scrivere una parametrizzazione di S come superficie regolare;
b) trovare il versore normale a S (orientato verso l'esterno) nel punto avente le prime due coordinate pari a $x = \sqrt{3}$, $y = 1$;
c) calcolare l'area di S.
(8 punti)