ANALISI MATEMATICA II - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♢ (16/9/2009)

Cognome e nome ....
La prova di teoria si svolgerà nel periodo 23–25 settembre.
Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Sia data l'equazione differenziale dipendente dal parametro $\alpha \in \mathbf{R}$

$$y' = 2\alpha x^2 y + x^2 \,.$$

Determinare, se esistono, i valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali ogni soluzione $y(x)$ dell'equazione differenziale verifica la condizione $\lim_{x\to+\infty} y(x) = 10$.*(7 punti)*

---

2. Data l'equazione

$$3 - 3(2-y)^2 \cos x - x^2(1 - \sqrt[3]{2-y}) = 0 \,,$$

dimostrare che in un intorno del punto $(0, 3)$ essa individua implicitamente una funzione $y = \phi(x)$ oppure $x = \psi(y)$. Trovare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine della funzione così trovata (con punto iniziale 0 o 3). *(7 punti)*

---

3. Data la curva piana γ di equazione (in coordinate polari)

$$\rho = 2\cos^2\theta \,, \qquad \theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] ,$$

calcolare l'area della regione di piano racchiusa da γ e la lunghezza di γ. *(8 punti)*

---

4. Calcolare

$$\iiint_E \frac{dx\,dy\,dz}{(x^2+y^2+z^2)^3}$$

dove

$$E = \left\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \;:\; x^2+y^2+z^2 \le 4 \,,\; x \ge 0 \,,\; y \le 0 \,,\; z \ge \sqrt{3}\right\} .$$

(7 punti)

---

5. Data la funzione di due variabili

$$f(x,y) = \frac{x^4}{4} + x^2 y + x^2 + y^2 - \frac{2}{3} y^3 \,,$$

a) trovarne i punti critici e classificarli;
b) determinare, se esistono, massimo e minimo assoluti di f nel triangolo chiuso di vertici $(0, 0)$, $(2, -2)$, $(2, 0)$.
(8 punti)

ANALISI MATEMATICA II - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♣ (16/9/2009)

Cognome e nome..
La prova di teoria si svolgerà nel periodo 23–25 settembre.
Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Sia data l'equazione differenziale dipendente dal parametro $\alpha \in \mathbf{R}$

$$y' = 4\alpha x^2 y + x^2 \,.$$

Determinare, se esistono, i valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali ogni soluzione $y(x)$ dell'equazione differenziale verifica la condizione $\lim_{x\to+\infty} y(x) = 10$. *(7 punti)*

---

2. Data l'equazione

$$y^2 \cos(x - \pi/2) + (1 - \sqrt[3]{y})(x - \pi/2)^2 - 1 = 0 \,,$$

dimostrare che in un intorno del punto $(\pi/2, 1)$ essa individua implicitamente una funzione $y = \phi(x)$ oppure $x = \psi(y)$. Trovare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine della funzione così trovata (con punto iniziale $\pi/2$ o 1). *(7 punti)*

---

3. Data la curva piana γ di equazione (in coordinate polari)

$$\rho = \operatorname{sen}^2(2\theta) \,, \qquad \theta \in [0, \pi/2] \,,$$

calcolare l'area della regione di piano racchiusa da γ e la lunghezza di γ. *(8 punti)*

---

4. Calcolare

$$\iiint_E \frac{dx\,dy\,dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^3}$$

dove

$$E = \left\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 + z^2 \le 1 \,, \ x \ge 0 \,, \ y \ge 0 \,, \ z \le -\frac{1}{2}\right\} .$$

(7 punti)

---

5. Data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = 8x^3 - 3y^4 - 12xy^2 - 12y^2 - 12x^2 \,,$$

a) trovarne i punti critici e classificarli;
b) determinare, se esistono, massimo e minimo assoluti di f nel triangolo chiuso di vertici $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(-2, 2)$.
(8 punti)