ANALISI MATEMATICA II - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♢ (6/11/2009)

Cognome e nome...

Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''' + 4y'' + (\alpha - 3)y' = 0$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$. *(8 punti)*

---

2. Data l'equazione

$$xe^{y-2} - (y-2)\cos x = 0\,,$$

dimostrare che essa definisce implicitamente una curva di equazione $x = \varphi(y)$ passante per $(0, 2)$. Dire se $\varphi(y)$ è crescente o decrescente, concava o convessa in un intorno di $y = 2$. *(7 punti)*

---

3. Calcolare

$$\iint_E y\,\cos^2(y-x)\,dx\,dy\,,$$

dove

$$E = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ 0 \le y \le \frac{\pi}{2}\,, \quad |y-x| \le \frac{\pi}{2}\right\}.$$

(8 punti)

---

4. Si consideri la funzione definita da $f(x) = \pi - x$ quando $-\pi < x \le \pi$ e prolungata per periodicità su tutto $\mathbf{R}$; scriverne la serie di Fourier e dire a che cosa converge. *(7 punti)*

---

5. Trovare l'insieme di definizione A della forma differenziale

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{x - \operatorname{sen} 2y}}\,dx - \frac{2\cos 2y}{\sqrt{x - \operatorname{sen} 2y}}\,dy$$

e rappresentarlo in $\mathbf{R}^2$. Dimostrare inoltre a priori che ω è esatta in A, e trovarne la primitiva $F(x,y)$ tale che $F\big(5\,,\,\frac{\pi}{4}\big) = 1$.

(7 punti)