

Cognome e nome

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

18–22 gennaio;

1–5 febbraio;

22–26 febbraio.

Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Determinare i valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ tali che ogni soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' + 2\alpha y' + 4y = 0$$

verifichi la condizione

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x y(x) = 0.$$

(8 punti)

2. Data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = x^2 - x^3(y - 1) + 12(y - 1)^2,$$

- a) Trovare e classificare i suoi punti critici;
- b) Dire se f ammette massimo e minimo assoluti.

(7 punti)

3. Disegnare l'insieme

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 \leq y^2(4 - y^2) \right\},$$

e calcolare il volume del solido T ottenuto facendo ruotare D intorno all'asse delle x .

(7 punti)

4. Sia γ la curva del piano xy definita da

$$\begin{cases} x(t) = t^2 + 1 \\ y(t) = \frac{t^3}{3} \end{cases} \quad t \in [-1, 2].$$

- a) Verificare che γ è una curva regolare a tratti, e disegnarne il sostegno;
- b) Calcolare il versore tangente e il versore normale a γ nel punto di ordinata $\frac{1}{3}$;
- c) Calcolare la lunghezza di γ . (8 punti)

5. Trovare i valori di α che rendono conservativo nel suo dominio il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{y + \alpha x \cos x^2}{xy + \sin x^2}, \frac{x}{xy + \sin x^2} - 3y^2 \right)$$

e, per tali valori di α , trovare i potenziali di \mathbf{F} .

(7 punti)

Cognome e nome

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

18–22 gennaio;

1–5 febbraio;

22–26 febbraio.

Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Determinare i valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ tali che ogni soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' + 2\alpha y' + 9y = 0$$

verifichi la condizione

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} y(x) = 0.$$

(8 punti)

2. Data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = 12(x - 2)^2 - y^3(x - 2) + y^2,$$

- a) Trovare e classificare i suoi punti critici;
- b) Dire se f ammette massimo e minimo assoluti.

(7 punti)

3. Disegnare l'insieme

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 \leq y^2(9 - y^2) \right\},$$

e calcolare il volume del solido T ottenuto facendo ruotare D intorno all'asse delle x .

(7 punti)

4. Sia γ la curva del piano xy definita da

$$\begin{cases} x(t) = t^3 - 3 \\ y(t) = \frac{t^2}{2} \end{cases} \quad t \in [-1, 3].$$

- a) Verificare che γ è una curva regolare a tratti, e disegnarne il sostegno;
- b) Calcolare il versore tangente e il versore normale a γ nel punto di ascissa -2 ;
- c) Calcolare la lunghezza di γ . (8 punti)

5. Trovare i valori di α che rendono conservativo nel suo dominio il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(4x^3 - \frac{y}{2 \sin y^2 - xy}, \frac{\alpha y \cos y^2 - x}{2 \sin y^2 - xy} \right)$$

e, per tali valori di α , trovare i potenziali di \mathbf{F} . (7 punti)