ANALISI MATEMATICA II - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♢ (10/2/2010)

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 18–19 febbraio; ◯ 22–26 febbraio.

Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Determinare i valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali ogni soluzione $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y' + \alpha y = \operatorname{sen} x$$

verifichi la condizione

$$\lim_{x \to -\infty} e^{2x} y(x) = 0 \,.$$

(7 punti)

---

2. Data la funzione di due variabili

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + \sqrt{3}x + y \,,$$

a) trovare e classificare i suoi punti critici;
b) trovare massimo e minimo assoluti di f nell'insieme

$$C = \Big\{ (x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \leq 9 \Big\} \,.$$

(8 punti)

---

3. Disegnare l'insieme

$$D = \Big\{ (x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \leq 1 \,,\ x^2 + (y-1)^2 \geq 1 \,,\ x^2 + (y+1)^2 \geq 1 \Big\} \,,$$

e calcolare il volume del solido T ottenuto facendo ruotare D di un giro completo intorno all'asse delle y.
(7 punti)

---

4. Data l'equazione

$$(2-x)\log(y+e+1) + y^2 + (x-1)^2 - e^2 = 0 \,,$$

dimostrare che in un intorno del punto $(1, -e)$ essa individua implicitamente una funzione $y = \phi(x)$ oppure $x = \psi(y)$. Trovare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine della funzione così trovata (con punto iniziale 1 o $-e$). *(7 punti)*

---

5. Dato l'insieme

$$A = \Big\{ (x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \Big\} \,,$$

calcolare

$$\iint_A (2x - x^2y^2)\, dx\, dy$$

mediante un opportuno integrale curvilineo sulla frontiera di A.
(8 punti)

ANALISI MATEMATICA II - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♣ (10/2/2010)

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 18–19 febbraio; ◯ 22–26 febbraio.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Determinare i valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali ogni soluzione $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y' - \alpha y = \cos x$$

verifichi la condizione

$$\lim_{x\to+\infty} e^{-3x} y(x) = 0 \,.$$

(7 punti)

---

2. Data la funzione di due variabili

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + x - \sqrt{3}y \,,$$

a) trovare e classificare i suoi punti critici;

b) trovare massimo e minimo assoluti di f nell'insieme

$$C = \Big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \le 4\Big\} \,.$$

(8 punti)

---

3. Disegnare l'insieme

$$D = \Big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \le 4 \,, \ (x-2)^2 + y^2 \ge 4 \,, \ (x+2)^2 + y^2 \ge 4 \,, \Big\} \,,$$

e calcolare il volume del solido T ottenuto facendo ruotare D di un giro completo intorno all'asse delle y. *(7 punti)*

---

4. Data l'equazione

$$(y+3)\log(x - e + 1) + x^2 + (y-1)^2 - e^2 = 0 \,,$$

dimostrare che in un intorno del punto $(e, 1)$ essa individua implicitamente una funzione $y = \phi(x)$ oppure $x = \psi(y)$. Trovare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine della funzione così trovata (con punto iniziale e o 1). *(7 punti)*

---

5. Dato l'insieme

$$A = \Big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ 1 \le x^2 + y^2 \le 4\Big\} \,,$$

calcolare

$$\iint_A (x^2y^2 - y)\, dx\, dy$$

mediante un opportuno integrale curvilineo sulla frontiera di A. *(8 punti)*