

Cognome e nome .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova orale:

24–25 luglio;

26–27 luglio;

30–31 luglio.

Note .....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Calcolare il lavoro compiuto dal campo vettoriale piano

$$\mathbf{F}(x, y) = \left( \frac{2x^2y - 3 - 3x^4y^2}{x(1 + x^4y^2)}, \frac{x^2}{1 + x^4y^2} \right)$$

quando agisce su un punto che si muove lungo la curva  $\gamma$  di parametrizzazione

$$\begin{cases} x(t) = \operatorname{sen} \left( \frac{\pi(8 - t^2)}{16} \right), \\ y(t) = t^3 - t^2 - t, \end{cases} \quad t \in [0, 2].$$

*Suggerimento:* il calcolo diretto è sconsigliato. (9 punti)

2. Trovare, se esistono, massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y, z) = 2x - yz$$

nell'ellissoide

$$x^2 + 2y^2 + 4z^2 \leq 64.$$

(8 punti)

3. Dato l'insieme  $D$  del piano  $xz$  definito da

$$D = \{(x, z) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 2(x - 1) \leq z \leq 3(1 - x)^3\},$$

sia  $E$  il solido contenuto nel semispazio  $y \geq 0$  ottenuto ruotando  $D$  di un angolo piatto intorno all'asse  $z$ . Calcolare:

a) il volume di  $E$ ;

b) il flusso uscente da  $\partial E$  del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (2xy^2 + 6zy, x - y^3, 4x^2z).$$

(10 punti)

4. Trovare tutte le soluzioni del sistema differenziale

$$\begin{cases} u'(x) = u(x) + \frac{v(x)}{2} - 4x, \\ v'(x) = -10u(x) + 5v(x) - 2e^{2x}. \end{cases}$$

(9 punti)

Cognome e nome .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova orale:

24–25 luglio;

26–27 luglio;

30–31 luglio.

Note .....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Calcolare il lavoro compiuto dal campo vettoriale piano

$$\mathbf{F}(x, y) = \left( \frac{y^2}{1 + x^2 y^4}, \frac{2(1 + xy^2 + x^2 y^4)}{y(1 + x^2 y^4)} \right)$$

quando agisce su un punto che si muove lungo la curva  $\gamma$  di parametrizzazione

$$\begin{cases} x(t) = 3t^3 - t^2 - t, \\ y(t) = 1 + \sin(\pi t^3), \end{cases} \quad t \in [0, 1].$$

*Suggerimento:* il calcolo diretto è sconsigliato. (9 punti)

2. Trovare, se esistono, massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y, z) = z + 2xy$$

nell'ellissoide

$$4x^2 + y^2 + 2z^2 \leq 1.$$

(8 punti)

3. Dato l'insieme  $D$  del piano  $xz$  definito da

$$D = \{(x, z) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, -(1-x)^2 \leq z \leq 3(1-x)\},$$

sia  $E$  il solido contenuto nel semispazio  $y \geq 0$  ottenuto ruotando  $D$  di un angolo piatto intorno all'asse  $z$ . Calcolare:

a) il volume di  $E$ ;

b) il flusso uscente da  $\partial E$  del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (2yz - x^3, x^2y - z, 4y^2z).$$

(10 punti)

4. Trovare tutte le soluzioni del sistema differenziale

$$\begin{cases} u'(x) = 4u(x) + 20v(x) - e^{3x}, \\ v'(x) = \frac{u(x)}{2} + v(x) + 2x. \end{cases}$$

(9 punti)