

Cognome e nome

Se ammesso, desidererei sostenere la prova orale in data:

17 settembre;

21 settembre.

Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la curva piana γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = 3 \cos^2 t \\ y(t) = -\sin^3 t \end{cases} \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right],$$

- a) verificare che è una curva regolare, e disegnarla;
- b) calcolarne la lunghezza;
- c) calcolare, mediante un opportuno integrale curvilineo, l'area della regione delimitata da γ e dagli assi coordinati. (9 punti)

2. Decidere se il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{y + 3y^2}{(x + y)^2}, -\frac{3y^2 + 6xy + x}{(x + y)^2} \right)$$

è conservativo, e calcolare il lavoro compiuto da \mathbf{F} lungo la curva $y = \sqrt{16 + x^2}$, $x \in [0, 3]$. (8 punti)

3. Dati la palla

$$P = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

e il cono

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z \geq -1 + 2\sqrt{x^2 + y^2}\},$$

trovare il volume e il baricentro di $P \setminus C$. (10 punti)

4. Al variare del parametro reale α , trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$x^2 y''(x) - 2xy'(x) + \frac{5}{4}y(x) = x^\alpha$$

per $x > 0$. (9 punti)

Cognome e nome

Se ammesso, desidererei sostenere la prova orale in data:

17 settembre;

21 settembre.

Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la curva piana γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = -\cos^2 t \\ y(t) = 2\sin^3 t \end{cases} \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right],$$

- a) verificare che è una curva regolare, e disegnarla;
- b) calcolarne la lunghezza;
- c) calcolare, mediante un opportuno integrale curvilineo, l'area della regione delimitata da γ e dagli assi coordinati. (9 punti)

2. Decidere se il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{2x^2 + 4xy + y}{(x+y)^2}, -\frac{x + 2x^2}{(x+y)^2} \right)$$

è conservativo, e calcolare il lavoro compiuto da \mathbf{F} lungo la curva $y = \sqrt{1+x^2}$, $x \in [0, 1]$. (8 punti)

3. Dati la palla

$$P = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

e il cono

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z \geq 1 - 3\sqrt{x^2 + y^2}\},$$

trovare il volume e il baricentro di $P \setminus C$. (10 punti)

4. Al variare del parametro reale α , trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$x^2 y''(x) - \frac{x}{3} y'(x) + \frac{1}{3} y(x) = x^\alpha$$

per $x > 0$. (9 punti)