
ISTRUZIONI

Rispondere alle prime tre domande in modo chiaro e sintetico. Solo dopo aver risposto alle prime tre domande rispondere alla quarta. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

---

1. Disegnare l'insieme

$$D = \left\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \;:\; x^2 + y^2 \le 1 \;,\; (x-1)^2 + (y-1)^2 \ge 1\right\}$$

e scrivere una formula di riduzione per

$$\iint_D f(x, y)\, dx\, dy \,,$$

per ogni funzione continua f.

---

2. Fare un esempio significativo di una superficie regolare, e calcolare la sua area.

---

3. Trovare un'equazione differenziale lineare omogenea a coefficienti costanti che ammetta come soluzioni

$$3xe^x \,, \quad \cos(2x) \,, \quad 5x \,.$$

---

4. Data una generica curva piana regolare γ di parametrizzazione $\mathbf{r}(t)$, $t \in [a, b]$, trovare una parametrizzazione equivalente ma orientata in senso opposto. Provare che la lunghezza risulta la stessa se calcolata secondo ciascuna delle due parametrizzazioni.

ISTRUZIONI

Rispondere alle prime tre domande in modo chiaro e sintetico. Solo dopo aver risposto alle prime tre domande rispondere alla quarta. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

---

1. Disegnare l'insieme D t.c.

$$\iint_D f(x,y)\,dx\,dy = \int_{-1}^{1} \left(\int_{1-x^4}^{2-2x^4} f(x,y)\,dy \right) dx$$

per ogni funzione continua f, e scrivere la formula per invertire l'ordine di integrazione delle variabili.

---

2. Parametrizzare come superficie regolare il cilindro

$$x^2 + \frac{y^2}{4} = 1\,, \quad y \geq 0\,, \quad 0 \leq z \leq 3\,.$$

---

3. Spiegare quante soluzioni ammette un'equazione differenziale lineare non omogenea del secondo ordine.

---

4. Data una generica curva piana regolare γ di parametrizzazione $\mathbf{r}(t)$, $t \in [a,b]$, trovare una parametrizzazione equivalente ma orientata in senso opposto. Provare che l'integrale lungo la curva di una forma differenziale assume valori opposti se calcolato mediante le due parametrizzazioni.