

## ISTRUZIONI

**Rispondere alle prime tre domande** in modo chiaro e sintetico. Solo dopo aver risposto alle prime tre domande rispondere alla quarta. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

1. Disegnare l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + 1 \leq y \leq 3 + x\}$$

e scrivere le due formule di riduzione (per gli integrali doppi su  $D$ ) che si ottengono scambiando l'ordine di integrazione.

2. Enunciare la formula per l'area di una superficie cartesiana della forma  $y = f(x, z)$ ,  $(x, z) \in D$ , con  $D$  dominio normale di  $\mathbf{R}^2$ .

3. Dare un esempio significativo di un campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z)$  avente rotore nullo. Perché questi campi sono interessanti?

4. Mostrare che, se  $T \subset \mathbf{R}^3$  è un dominio di Green, e se  $f : T \rightarrow \mathbf{R}$  è una funzione di classe  $C^2$ , allora

$$\iiint_T \Delta f \, dx \, dy \, dz = \iint_{\partial T} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{n}} \, d\sigma,$$

dove  $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{n}}$  è la derivata di  $f$  nella direzione del vettore normale esterno a  $\partial T$ , mentre  $\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ .

*Suggerimento:* scrivere  $\Delta f$  come una divergenza.

## ISTRUZIONI

**Rispondere alle prime tre domande** in modo chiaro e sintetico. Solo dopo aver risposto alle prime tre domande rispondere alla quarta. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

1. Disegnare l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y^2 \leq x \leq 2y + 3\}$$

e scrivere le due formule di riduzione (per gli integrali doppi su  $D$ ) che si ottengono scambiando l'ordine di integrazione.

2. Trovare un'equazione differenziale lineare omogenea del secondo ordine che ammetta come soluzione

$$y(x) = 5xe^{-4x},$$

e un'altra equazione dello stesso tipo che ammetta come soluzione

$$y(x) = 2 \operatorname{sh} x.$$

3. Enunciare la formula per il baricentro di una curva regolare.

4. Mostrare che, se  $T \subset \mathbf{R}^3$  è un dominio di Green, e se  $f : T \rightarrow \mathbf{R}$  è una funzione di classe  $C^2$ , allora

$$\iiint_T \Delta f \, dx \, dy \, dz = \iint_{\partial T} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{n}} \, d\sigma,$$

dove  $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{n}}$  è la derivata di  $f$  nella direzione del vettore normale esterno a  $\partial T$ , mentre  $\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ .  
*Suggerimento:* scrivere  $\Delta f$  come una divergenza.