

LABORATORIO DI MATEMATICA per Ingegneria Aerospaziale - A.A. 2013-2014 – Diario delle lezioni –

Questo è un indice degli argomenti trattati a lezione, che ha anche funzione di programma del corso. Prego gli studenti di segnalarmi eventuali errori. Le date in cui sono stati affrontati i vari argomenti sono indicative. I risultati si intendono con dimostrazione, tranne ove diversamente indicato (s.d.). Tutte le definizioni e i teoremi sono accompagnati da esempi ed esercizi, di cui sono riportati qui solo i più elaborati. Questo diario delle lezioni è curato dal docente Andrea Dall'Aglio.

Martedì 1 ottobre 2013 (2 ore)

- Presentazione del corso.
 - **Richiami di insiemistica.**
 - **Numeri naturali, interi relativi, razionali** $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$.
 - **Teorema:** non esiste alcun numero razionale q tale che $q^2 = 2$.
 - **Teorema:** ad ogni razionale corrisponde uno sviluppo decimale finito o periodico. Viceversa, ad ogni sviluppo decimale finito o periodico (che non termini con una sequenza di infiniti 9) corrisponde un unico numero razionale.
 - **Numeri reali** \mathbb{R} , come sviluppi decimali finiti o infiniti, non necessariamente periodici. Operazioni in \mathbb{R} e loro proprietà.
 - Rappresentazione dei reali su una retta.
 - **Teorema di densità** dei razionali nei reali.
-

Giovedì 3 ottobre 2013 (2 ore)

- Definizione di **funzione**.
- **Dominio, codominio, immagine.**
- **Prodotto cartesiano di insiemi.** Rappresentazione cartesiana di $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3, \mathbb{R}^n$. **Grafico di una funzione.** Quando un sottoinsieme di un prodotto cartesiano è un grafico.
- **Successioni.**
- **Funzioni suriettive. Esempi vari.** Com'è fatto il grafico di una funzione suriettiva.
- Una funzione si può sempre rendere suriettiva in modo standard, restringendone il codominio all'immagine.

- **Funzioni iniettive.** Esempi vari. Com'è fatto il grafico di una funzione iniettiva. Alcuni esempi su come si può rendere iniettiva una funzione restringendone il dominio (ma ci sono sempre molti modi di farlo).

- **Osservazione:** Una funzione $f : A \rightarrow B$ è **suriettiva** se e solo se, per ogni $y \in B$, l'equazione $f(x) = y$ ammette **almeno** una soluzione.

- **Osservazione:** Una funzione $f : A \rightarrow B$ è **iniettiva** se e solo se, per ogni $y \in B$, l'equazione $f(x) = y$ ammette **al più** una soluzione.

- **Osservazione:** Una funzione $f : A \rightarrow B$ è **biiettiva** se e solo se, per ogni $y \in B$, l'equazione $f(x) = y$ ammette **esattamente** una soluzione.

- **Esercizio:** Verificare che la funzione $f(x) = 2x - 3$ è iniettiva e suriettiva da \mathbb{R} a \mathbb{R} .

- **Funzioni biettive.**

Martedì 8 ottobre 2013 (2 ore)

- **Funzione inversa.**

- **Esercizio:** Verificare che la funzione $f(x) = 2x + 3$ è biiettiva da \mathbb{R} a \mathbb{R} , e calcolarne l'inversa.

- **Esempio:** La funzione $f(x) = x^2$ è biiettiva da $[0, +\infty)$ a $[0, +\infty)$ (suriettività non provata). La sua funzione inversa si chiama radice quadrata.

- **Osservazione:** Se f è biiettiva, anche f^{-1} lo è, e $(f^{-1})^{-1} = f$.

- Grafico della funzione inversa.

- **Funzioni pari, funzioni dispari e loro grafici.**

- **Funzioni crescenti (decrescenti), strettamente crescenti (decrescenti), monotone, strettamente monotone.**

- **Osservazione:** L'inversa di una funzione strettamente monotona è strettamente monotona (con lo stesso tipo di monotonia).

- **Invertibilità della funzione x^n . Radice n -esima.**

- **Potenze ad esponente intero naturale, relativo, razionale.** Proprietà delle potenze.

- Funzioni elementari: **funzioni affini**, potenze (ad esponente intero naturale, relativo, razionale), loro grafici e proprietà.

Giovedì 10 ottobre 2013 (2 ore)

- **Potenze con esponente irrazionale.**
- Funzioni elementari: **esponenziali, logaritmi**, e loro proprietà.
- Proprietà elementari dei logaritmi (logaritmo del prodotto e del rapporto, logaritmo di una potenza, formula per il cambio di base etc.) e loro dimostrazione.
- **Osservazione:** In generale le funzioni

$$f(x) = \ln(x(x-1)), \quad g(x) = \ln x + \ln(x-1)$$

sono diverse tra loro (hanno domini diversi).

- **Manipolazione di grafici di funzioni:** Come cambia il grafico di $f(x)$ se prendiamo $f(x+a)$, $f(x)+a$, $af(x)$, $f(ax)$.

Martedì 15 ottobre 2013 (2 ore)

- **Valore assoluto** di un numero reale.
- Principali proprietà del valore assoluto.
- Grafico della funzione $f(x) = |x|$.
- Il valore assoluto della differenza come distanza in \mathbb{R} .
- **Osservazione:** Si ha $\sqrt{x^2} = |x|$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
- **Osservazione:** Per $a \geq 0$ si ha

$$|x| \leq a \quad \Leftrightarrow \quad -a \leq x \leq a$$

- **Disuguaglianza triangolare.**
- **Esercizio:** Scrivere che forma ha, nei vari intervalli, la funzione

$$f(x) = \frac{|3x + x^2|}{3 - |x|}.$$

- **Osservazione:** Si ha $\sqrt{x^2} = |x|$.
- **Esercizio:** risolvere la disequazione

$$|x^2 - 2| > x - 1.$$

- **Esercizio:** Trovare il dominio naturale di

$$f(x) = \sqrt{3 + 4^{x+1/2} - 4^{2x}}$$

Giovedì 17 ottobre 2013 (2 ore)

- **Osservazione:** Un insieme E è limitato se e solo se esiste una costante M tale che $|x| \leq M$ per ogni $x \in E$.
- **Osservazione:** Si ha la seguente “disuguaglianza triangolare per la differenza”:

$$||x| - |y|| \leq |x - y| \quad \text{per ogni } x, y \in \mathbb{R}.$$

- **Osservazione:** Cosa vuol dire graficamente che

$$|f(x)| \leq g(x).$$

- **Funzioni periodiche di periodo T .**
- Misurazione degli angoli. Funzioni trigonometriche: **seno, coseno, tangente, cotangente**, e loro proprietà.
- Funzioni trigonometriche inverse: **arcoseno, arcocoseno, arcotangente**, e loro proprietà.
- **Esercizio:** Risolvere l'equazione $\cos x < \frac{1}{5}$.
- **Osservazione:** In generale l'uguaglianza $\arcsin(\sin x) = x$ è falsa. E' vera solo se $x \in [-\pi/2, \pi/2]$.

Martedì 22 ottobre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE

Giovedì 27 ottobre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE

Martedì 29 ottobre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE

Giovedì 31 ottobre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE

Martedì 5 novembre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE

Giovedì 7 novembre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE
-

Martedì 10 dicembre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE
-

Martedì 12 novembre 2013 (2 ore)

- **Divisione tra polinomi.** Esistenza e unicità del quoziente e del resto. Spiegazione dell'algoritmo di divisione.
 - Esempi ed esercizi.
 - **Binomio di Newton. Triangolo di Tartaglia. Coefficienti binomiali.** Dimostrazione della formula del binomio di Newton.
-

Giovedì 12 dicembre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE
-

Giovedì 14 novembre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE
-

Giovedì 19 dicembre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE
-

Martedì 19 novembre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE
-

Giovedì 21 novembre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE
-

Martedì 26 novembre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE
-

Giovedì 28 novembre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE
-

Martedì 3 dicembre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE
-

Giovedì 5 dicembre 2013 (2 ore)

- DA COMPLETARE
-