Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Aerospaziale
(Secondo canale: Cognomi L-Z - Prof. Andrea Dall'Aglio) - A.A. 2007-2008

Testo consigliato:

- Michiel Bertsch, Roberta Dal Passo, Lorenzo Giacomelli: *Analisi Matematica* - McGraw-Hill.

Testi consigliati per gli esercizi: Uno tra i seguenti testi:

- M. Amar, A.M. Bersani: *Esercizi di Analisi Matematica (seconda edizione)* - Esculapio/Progetto Leonardo
- P. Marcellini, C. Sbordone: *Esercitazioni di Matematica, Vol. 1, prima e seconda parte* - Liguori.
- Boris P. Demidovic: *Esercizi e Problemi di Analisi Matematica Matematica* - Liguori.

E inoltre, i testi degli esami precedenti e altri esercizi raccolti sulla pagina web del corso.

Programma d'esame completo:
in *corsivo* le modifiche dal precedente aggiornamento (23 novembre)

Elementi di base: Cenni di teoria degli insiemi. Prodotto cartesiano. Insiemi numerici: numeri naturali, interi, razionali. Allineamenti decimali. $\sqrt{2}$ non è un numero razionale. Numeri reali. Densità dei razionali nei reali. Maggioranti e minoranti, massimo e minimo, estremo superiore e inferiore. Proprietà di completezza (esistenza degli estremi superiore e inferiore (s.d.). Valore assoluto e sue proprietà. Radicali. Potenze. Logaritmi. Sommatorie. Somma di una progressione geometrica. Numeri complessi. Parte reale e parte immaginaria. Modulo di un numero complesso. Coniugato di un numero complesso. Operazioni sui numeri complessi. Rappresentazione trigonometrica dei numeri complessi. Il simbolo $e^{i\theta}$. Moltiplicazione e divisione in rappresentazione trigonometrica. Formula di De Moivre. Radici n-esime di un numero complesso. Teorema fondamentale dell'algebra (s.d.), e sua applicazione alla scomposizione di polinomi reali. Cenni sul principio di induzione. Coefficienti binomiali e formula del binomio di Newton (s.d.).
Riferimento sul testo consigliato: §§ 1 (Introduzione), 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 (solo disuguaglianza triangolare), 1.5, 1.6 (solo Principio di induzione), Appendice 1.B.

Funzioni: Funzioni, dominio, codominio, immagine, grafico. Funzioni limitate. Funzioni composte. Funzioni iniettive, suriettive, biettive. Funzione inversa. Grafico della funzione inversa. Funzioni crescenti, decrescenti, strettamente crescenti, strettamente decrescenti, monotone, strettamente monotone. Le funzioni trigonometriche, le funzioni trigonometriche inverse. **Riferimento sul testo consigliato:** §§ 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6.

Introduzione allo studio qualitativo: Funzioni pari e dispari. Funzioni elementari: potenze, esponenziali, logaritmi. Semplici trasformazioni di grafici. **Riferimento sul testo consigliato:** §§ 3.1, 3.2.

Introduzione alle proprietà locali e al concetto di limite: Distanza euclidea. Intorni. Retta ampliata. Intorni nella retta ampliata. Punti di accumulazione, punti isolati. Teorema di Bolzano-Weierstrass (s.d.). Proprietà verificate definitivamente. Limiti di funzioni reali di una variabile reale. Unicità del limite. Infiniti e infinitesimi. Limiti destro e sinistro, per eccesso e per difetto. Proprietà elementari dei limiti: teorema della permanenza del segno, teorema del confronto (dei carabinieri, s.d.), limiti notevoli. Limite della somma di funzioni (s.d.), del multiplo di una funzione per una costante (s.d.), del prodotto di funzioni (s.d.), del rapporto (s.d.). Estensione a limiti infiniti, divisione per zero, etc. Forme indeterminate e loro risoluzione. Cambiamento di variabili nei limiti, limite di funzione composta (s.d.). Limiti di funzioni monotone (s.d.). Limiti di potenze, esponenziali, logaritmi (s.d.). Primi limiti notevoli, e loro uso.
Riferimento sul testo consigliato: §§ 4.1 (escluso: topologia, massimi e minimi locali, §4.1.1), 4.2, 4.3, 4.4

Successioni e serie: Limiti di successioni. Successioni convergenti, divergenti, irregolari. Teorema della permanenza del segno. Limitatezza delle successioni convergenti. Successioni (definitivamente) monotone, e loro limite (s.d.). Limiti notevoli sulle successioni. Il numero e. Sottosuccessioni. Teorema di Bolzano-Weierstrass sulle successioni limitate (s.d.). Successioni di Cauchy. Criterio di Cauchy per la convergenza di una successione (s.d.). Serie numeriche: definizioni e proprietà elementari. Somme ridotte. Serie convergenti, divergenti, irregolari. Somma di una serie. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Coda di una serie. Criterio di Cauchy per le serie. Serie armonica, serie armonica generalizzata. Serie geometrica. Serie a termini positivi. Criteri del confronto, del confronto asintotico, del rapporto e della radice. Serie a termini di segno alterno. Criterio di Leibniz, e stima del relativo errore. Serie a termini di segno qualsiasi. Serie di potenze. Convergenza assoluta. Serie di potenze. Raggio di convergenza di una serie di potenze.
Riferimento sul testo consigliato: §§ 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.7, 5.8, 5.9 (escluse serie a termini complessi), 5.10.

Ulteriori elementi della teoria dei limiti: Uso degli "o piccoli" (simboli di Landau). Confronto tra infiniti e infinitesimi. Funzioni asintoticamente equivalenti. Infiniti e infinitesimi di ordine α. Ulteriori limiti notevoli su esponenziali e logaritmi,

e loro uso. Funzioni iperboliche e loro inverse. Teorema "ponte" tra limiti di funzioni e di successioni (s.d.), e sua applicazione per la non esistenza di limiti. Asintoti orizzontali, verticali, obliqui.
Riferimento sul testo consigliato: §§ 6.1 (eccetto "O grandi"), 6.2, 6.3, 6.4.

Funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$: Funzioni continue in un punto, in un intervallo. Continuità da destra e da sinistra. Continuità di somma, prodotto, rapporto, valore assoluto, composizione di funzione continue. Teorema della permanenza del segno per funzioni continue. Classificazione dei punti di discontinuità. Discontinuità di funzioni monotone. Teorema di esistenza degli zeri. Teorema dei valori intermedi. Immagine di una funzione continua su un intervallo. Stretta monotonia delle funzioni continue e invertibili in un intervallo. Continuità della funzione inversa (s.d.). Funzioni continue in un intervallo chiuso e limitato. Teorema di Weierstrass (s.d.)
Riferimento sul testo consigliato: §§ 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5 (escluso Teorema 7.8).

Calcolo differenziale di funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$: Derivata di una funzione in un punto, interpretazione geometrica, retta tangente al grafico di una funzione. Continuità delle funzioni derivabili. Derivata destra e sinistra. Flessi a tangente verticale, cuspidi, punti angolosi. Regole per la derivata di somme, prodotti, rapporti. Derivata di una funzione composta (s.d.). Derivata della funzione inversa (s.d.). Derivate delle funzioni elementari. Calcolo di derivate. Estremi locali e derivate. Punti critici. Teorema di Fermat sugli estremi locali. Determinazione degli estremi assoluti di una funzione continua in un intervallo chiuso e limitato. Teoremi di Lagrange e di Rolle e loro significato geometrico. Teorema di Cauchy. Criteri di monotonia e stretta monotonia. Uso delle derivate per provare identità e disuguaglianze. Teorema di De L'Hôpital (dimostrazione solo nel caso del rapporto tra funzioni infinitesime per $x \to x_0 \in \mathbb{R}$) e suo uso per la risoluzione dei limiti. Derivate successive. Funzioni convesse e concave, strettamente convesse e strettamente concave. Continuità e derivabilità delle funzioni convesse (s.d.). Criteri di convessità e concavità (s.d.). Flessi. Studio di funzione. Polinomi di Taylor e di MacLaurin. Sviluppi di MacLaurin delle principali funzioni. Teorema di Peano. Uso dei polinomi di Taylor per il calcolo dei limiti e per la determinazione dell'ordine di infinito/infinitesimo. Studio dei punti stazionari mediante le derivate successive. Forma di Lagrange del resto di Taylor (s.d.) e applicazioni al calcolo approssimato. Serie di Taylor. Serie di Taylor delle funzioni elementari. Derivazione per serie (s.d.).
Riferimento sul testo consigliato: §§ 8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.6, 8.7, 8.8 (escluso Corollario 8.2), 8.9, 8.10, 8.11, 8.12, 8.13, 9.9.

Integrali: Suddivisione di un intervallo. Somme inferiore e superiore di una funzione relativamente ad una suddivisione. Funzioni integrabili secondo Riemann. Integrale di Riemann. Integrabilità delle funzioni monotone. Integrabilità delle funzioni continue (s.d.). Proprietà dell'integrale (s.d.). Valor medio. Teorema della media. Funzioni integrali. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Derivazione di funzioni integrali (dim. solo nel caso di una funzione continua nell'intervallo). Funzioni primitive. Integrali indefiniti. Formula fondamentale per il calcolo degli integrali. Relazione tra integrali definiti e indefiniti. Tabella degli integrali indefiniti. Integrazione per parti. Integrazione di funzioni razionali. Integrazione per sostituzione. Sostituzioni speciali. Formule ricorsive di integrazione. Integrali impropri. Criteri di convergenza degli integrali impropri. Criterio del confronto, del confronto asintotico, della convergenza assoluta (s.d.). Confronto tra integrali impropri e serie numeriche. Integrazione di serie di potenze (s.d.).
Riferimento sul testo consigliato: §§ 9.1, 9.2 (escluso Teorema 9.1; Teoremi 9.2 e 9.4 s.d.), 9.3 (Teorema 9.5 s.d.), 9.4, 9.5, 9.6 (esclusa scomposizione di Hermite), 9.7, 9.8, 9.9.

Funzioni di più variabili: *Lo spazio vettoriale $\mathbb{R}^n$, modulo (o norma) di un vettore. Distanza tra vettori. Intorni sferici. Insiemi chiusi, aperti. Insiemi limitati. Funzioni di due o pi variabili: dominio, grafico. Limiti di funzioni di due o pi variabili. Calcolo e verifica dei limiti. Principali teoremi sui limiti (s.d.). Funzioni continue. Teorema di Weierstrass (s.d.). Derivate direzionali, derivate parziali. Gradiente. Differenziabilità. Piano tangente al grafico. Differenziabilità e continuità. Teorema del differenziale totale (s.d.). Derivate di ordine superiore e teorema di Schwarz (s.d.). Massimi e minimi assoluti e relativi. Classificazione dei punti critici (s.d.). Cenni sulla derivazione di funzioni composte.*
Riferimento sul testo consigliato: §§ 10.1 (escluso Teorema di Bolzano-Weierstrass), 10.2 (solo per funzioni a valori scalari, esclusi par. 10.2.1 e 10.2.3; par. 10.2.2 solo teorema di Weierstrass s.d.), 10.3 (esclusi insiemi connessi per archi), 11.1, 11.2 (escluso 11.2.1), 11.3, 11.6, 11.7 (solo Teorema 11.16 nei casi (k=1, m=1), (k=1, n=1), s.d.).

(s.d.) = senza dimostrazione

Questo documento è disponibile sul sito internet
`http://www.mat.uniroma1.it/people/dallaglio/am-aero/`