

2° SCRITTO DI ALGEBRA
(Studenti di Informatica — canale D'Andrea)
30 gennaio 2019

Cognome e Nome:

Matricola:

1. – Calcolare l'ordine di $\overline{13}$ nel gruppo moltiplicativo \mathbb{Z}_{43}^\times ;
– calcolare l'ordine di $\overline{12}$ nel gruppo additivo \mathbb{Z}_{42} .
2. Date le permutazioni $\sigma = (1\ 2\ 3\ 4)$, $\tau = (1\ 3\ 5)(2\ 6)$ in S_6 ,
– calcolare $\sigma\tau$ e $\tau\sigma$;
– dire se $\sigma\tau$ e $\tau\sigma$ siano coniugate in A_6 .

3. Dati i sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^4

$$U = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$$

e

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \mid x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \right\},$$

calcolare le dimensioni di $U, V, U + V$.

4. La matrice associata all'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ rispetto alle basi canoniche è

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & -2 \\ 6 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Mostrare che -3 è un autovalore di T ;
- decidere se T sia diagonalizzabile;
- scrivere basi degli autospazi di T .

Tutte le risposte vanno giustificate. Risposte prive di giustificazione non verranno valutate.