

**4° SCRITTO DI ALGEBRA**  
(Studenti di Informatica — canale D'Andrea)  
3 luglio 2019

Cognome e Nome:

Matricola:

---

1. – Calcolare il massimo comun divisore dei numeri 169 e 435, nonché la corrispondente identità di Bézout.  
– Dire se  $435 \in \mathbb{Z}_{169}$  abbia inverso moltiplicativo ed eventualmente calcolarlo.

2. Quanti elementi di  $S_5$  hanno ordine 2?

3. Dire se l'applicazione lineare  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  di matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sia diagonalizzabile, calcolando anche equazioni cartesiane dei suoi autospazi.

4. Decidere quali delle seguenti applicazioni siano lineari e, quando lo sono, determinarne generatori dell'immagine.

- $F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $F(a, b, c, d) = a + 2b + 3c + 4d + 5$
- $G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $G(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$
- $H : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definita da  $H(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, x_1 - x_2, (x_1 + 1)^2 - (x_1 - 1)^2)$ .

**Tutte le risposte vanno giustificate. Risposte prive di giustificazione non verranno valutate.**