

1° SCRITTO DI ALGEBRA
(Studenti di Informatica — canale D'Andrea)
11 gennaio 2019

Cognome e Nome:

Matricola:

1. Dire se i seguenti elementi x, y siano coniugati nel gruppo G .

– $x = (1\ 2\ 3)(4\ 5\ 6), y = (1\ 3\ 6), \quad G = A_6;$

– $x = r^3, y = sr, \quad G = D_6;$

[D_6 indica il gruppo diedrale dell'esagono, r è la rotazione di 60° e s è una simmetria che passa per due vertici opposti]

– $x = (\text{id}, (1\ 2)), y = ((1\ 3), \text{id}), \quad G = S_3 \times S_3.$

[\times indica il prodotto diretto, nel quale le operazioni sono fatte componente per componente]

2. Dire per quali valori di $a \in \mathbb{Z}$ il sistema di congruenze

$$\begin{cases} 6x \equiv a \pmod{8} \\ 5x \equiv 13 \pmod{17} \end{cases}$$

ammetta soluzioni.

3. Dire per quali valori del parametro reale k il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x + ky - z = 1 \\ x + ky + kz = k \\ x + (k + 1)y = k + 2 \end{cases}$$

ammetta soluzioni.

4. Decidere se l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ di matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

sia diagonalizzabile, calcolando equazioni cartesiane e dimensioni dei suoi autospazi.

Tutte le risposte vanno giustificate. Risposte prive di giustificazione non verranno valutate.