

3° SCRITTO DI ALGEBRA
(Studenti di Informatica — canale D'Andrea)
14 giugno 2019

Cognome e Nome:

Matricola:

1. – Calcolare il massimo comun divisore dei numeri 675 e 435, nonché la corrispondente identità di Bézout.
– Dire se l'inverso di $\overline{435}$ nel gruppo additivo $(\mathbb{Z}_{675}, +)$ esista ed eventualmente calcolarlo.

2. Quanti elementi di A_6 commutano con la permutazione $(1\ 6)(2\ 5)$?

3. Mostrare che la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ammette 4 come suo autovalore, calcolandone inoltre la molteplicità geometrica.

4. Dire quali tra i seguenti sottoinsiemi siano sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^3 :

- L'insieme delle combinazioni lineari dei vettori $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix}$.
- L'insieme delle soluzioni (x, y, z) dell'equazione $x + y + z = 3$.
- L'insieme delle soluzioni (a, b, c) dell'equazione $a^2 + b^2 - c^2 = 0$.

Tutte le risposte vanno giustificate. Risposte prive di giustificazione non verranno valutate.