

ALGEBRA 1 - Quinto appello scritto

8 settembre 2021

1. Determinare tutte le soluzioni, se esistono, dell'equazione

$$x^{100} + 556x^{66} + 1000x^{10} \equiv 1 \pmod{15}.$$

2. Si descrivano tutti gli ideali dell'anello quoziente $\mathbb{Z}[i]/(13)$ e si spieghi se si tratta di un campo.
3. Sia A un dominio a ideali principali e $f : A \rightarrow A$ un omomorfismo suriettivo di anelli con unità. Si dimostri che f è allora anche iniettivo.
4. Sia E il campo di spezzamento sul campo F del polinomio $x^3 - 3 \in F[x]$. Si determini il grado $[E : F]$ quando $F = \mathbb{Q}, \mathbb{F}_5$ rispettivamente.
5. Determinare quanti siano, a meno di isomorfismo, i gruppi di ordine 91.