ESERCIZI SULLA CORRISPONDENZA DI GALOIS

(1) Decidere se le seguenti estensioni di campi siano di Galois e calcolarne il gruppo di Galois:
  (a) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\sqrt{2})$
  (b) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$
  (c) $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$
  (d) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\sqrt{1+\sqrt{2}})$
  (e) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\sqrt{2+\sqrt{2}})$
  (f) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\sqrt{3+\sqrt{2}})$
  (g) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\sqrt{3+2\sqrt{2}})$
  (h) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(i, \sqrt{2}, \sqrt{3})$
  (i) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(i, \sqrt[3]{2}, \sqrt{3})$
  (j) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(i\sqrt[6]{108})$

(2) Calcolare, attraverso la corrispondenza di Galois, tutte le estensioni intermedie delle seguenti estensioni di campi:
  (a) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(e^{2\pi/5})$
  (b) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(e^{2\pi/7})$
  (c) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(e^{2\pi/13})$
  (d) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$
  (e) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})$

(3) Calcolare il gruppo di Galois dell'estensione $\mathbb{Q} \subset L$, dove L è il campo di spezzamento del polinomio
  (a) x^4+1
  (b) x^4+2
  (c) x^4+4
  (d) x^4+9
  (e) x^3+2
  (f) x^3+x^2-2x-1
  [Sugg.: mostrare che se α è una radice, anche α^2-2 lo è]