

## ESERCIZI SU ARITMETICA MODULARE

1) Per ogni  $n \in \mathbb{N}$  si determini l'ultima cifra di

(a)  $n^5 - n$ ;

(b)  $4^n + 9^n$ .

2) Dire se le seguenti equazioni ammettono soluzioni intere:

(a)  $324x + 81y = 26$ ;

(b)  $324x + 81y = 27$ ;

3) Determinare le soluzioni del seguente sistema di equazioni alle congruenze:

$$\begin{cases} 12387^{8525}x \equiv 1 \pmod{10}, \\ 13x + 7 \equiv 0 \pmod{12}. \end{cases}$$

4) Per  $0 \leq a \leq 2$ , dire se il sistema di equazioni alle congruenze

$$\begin{cases} 2x \equiv 5 \pmod{7}, \\ 4x \equiv a \pmod{15}, \\ x \equiv 4 \pmod{9} \end{cases}$$

ammette soluzioni.

5) Determinare per quali  $a, b \in \mathbb{Z}$  il sistema di equazioni alle congruenze

$$\begin{cases} ax \equiv 3 \pmod{5}, \\ 3x \equiv b \pmod{8} \end{cases}$$

ammette soluzioni.

6) Determinare per quali  $a \in \mathbb{Z}$  il sistema di equazioni alle congruenze

$$\begin{cases} 4x \equiv 3 \pmod{5}, \\ ax \equiv 4 \pmod{14} \end{cases}$$

ammette soluzioni e determinarle.

7) Determinare per quali  $a, b \in \mathbb{Z}$  il sistema di equazioni alle congruenze

$$\begin{cases} 2x + 4 \equiv 0 \pmod{6}, \\ 3x \equiv a \pmod{10}, \\ 5x \equiv b \pmod{35} \end{cases}$$

ammette soluzioni.