

ESERCIZI SUI TEOREMI DI SYLOW

- 1) Calcolare il numero dei p -Sylow di S_p quando p è un numero primo.
- 2) Mostrare che un gruppo di ordine 455 è ciclico.
- 3) Sia G un gruppo di ordine pq , dove $p < q$ sono primi. Mostrare che G ha un q -Sylow normale e che p divide $q - 1$ se G non è abeliano.
- 4) Sia G un gruppo di ordine p^2q , dove p, q sono primi distinti. Mostrare che G ha almeno un sottogruppo di Sylow normale.
- 5) Mostrare che un gruppo di ordine 30 ha un sottogruppo di indice 2.
- 6) Sia P un p -gruppo finito e $(1) \neq N \triangleleft P$ un suo sottogruppo normale. Mostrare che $|N \cap Z(P)| > 1$.
- 7) Un gruppo di ordine 1000000 può essere semplice?
- 8) Sia G un gruppo di ordine p^2q^2 , dove $p < q$ sono primi. Mostrare che se $|G| \neq 36$, allora G ha un sottogruppo di Sylow normale.
- 9) Sia G un gruppo di ordine p^3q , dove p e q sono primi distinti. Determinare il possibile ordine di G se non ha sottogruppi di Sylow normali.