Tutoraggio del 5 dicembre 2019

Esercizio 1. Dire quali dei seguenti sottoinsiemi di V lo generino e/o siano linearmente indipendenti:

- $V = \mathbb{R}^3, \quad (1,1,1)^T, (1,0,-1)^T, (0,-1,1)^T, (-1,1,0)^T;$
- $V = \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}), \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix};$
- $V = \mathbb{R}, \quad 1, 3, 5.$

Esercizio 2. Calcolare la dimensione dei seguenti spazi vettoriali:

- $\mathcal{M}_{4\times 5}(K);$
- $\{M \in \mathcal{M}_{3\times 3}(K) \,|\, M = M^T\};$
- $\{M \in \mathcal{M}_{3\times 3}(K) \,|\, M = -M^T\};$
- $\{M \in \mathcal{M}_{3\times 3}(K) \,|\, M = 2M^T\};$
- $\{M \in \mathcal{M}_{3\times 3}(K) \,|\, \text{Traccia}(M) = 0\};$
- $\{M \in \mathcal{M}_{3\times 3}(K) \,|\, \text{ la diagonale principale di } M \text{ nulla }\};$

Esercizio 3. Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ esiste un'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad T\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad T\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 4. Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ esiste un'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad T\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad T\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$