

Tutoraggio del 12 dicembre 2019

Esercizio 1. Dire se V sia somma diretta dei sottospazi vettoriali U_1, U_2 :

- $V = \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$, $U_1 = \{\text{matrici triangolari superiori}\}, U_2 = \{A \mid A = A^T\}$;
- $V = \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$, $U_1 = \{\text{matrici triangolari superiori}\}, U_2 = \{A \mid A = -A^T\}$;
- $V = \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$, $U_1 = \{A \mid A = A^T\}, U_2 = \{A \mid A = -A^T\}$;
- $V = \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$, $U_1 = \{A \mid \text{Traccia}(A) = 0\}, U_2 = \text{Span}(\text{Id})$.

Esercizio 2. Completare una base del sottospazio vettoriale $U \subset V$ ad una di V :

- $V = \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$, $U = \{\text{matrici triangolari superiori}\}$;
- $V = \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$, $U = \{A \mid A = A^T\}$;
- $V = \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$, $U = \{A \mid Ae_1 \in \text{Span}(e_1)\}$.

Esercizio 3. Calcolare il rango delle seguenti matrici:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 8 & -27 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 4. Calcolare, al variare dei parametri reali a, b, c , il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{pmatrix}.$$