Tutoraggio del 18 dicembre 2019

Esercizio 1. Dire quali dei seguenti sottoinsiemi U siano sottospazi vettoriali dello spazio vettoriale V:

- $V = \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$, $\quad U = \{A \in V \mid \text{Traccia}(A) = 0\}$;
- $V = \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$, $\quad U = \{A \in V \mid \det(A) = 0\}$;
- $V = \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$, $\quad U = \{A \in V \mid L_A \text{ è iniettiva}\}$;
- $V = \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$, $\quad U = \{A \mid \text{ la somma dei coefficienti della prima riga di } A \text{ è } 0\}$.

Esercizio 2. Dire quali dei seguenti sottoinsiemi X siano sottospazi affini dello spazio vettoriale V. Nel caso lo siano, individuarne la giacitura U e almeno tre scelte di $v \in V$ tali che $X = v + U$.

- $V = \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$, $\quad X = \{A \in V \mid \text{Traccia}(A) = 12\}$;
- $V = \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$, $\quad X = \{A \in V \mid \det(A) = 12\}$;
- $V = \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$, $\quad X = \{A \in V \mid L_A \text{ è iniettiva}\}$;
- $V = \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$, $\quad X = \{A \mid \text{ la somma dei coefficienti della prima riga di } A \text{ è } 12\}$.

Esercizio 3. Descrivere una base di V/U quando

- $V = \mathbb{R}^3$, $\quad U = \text{Span}(e_1, e_1 + e_2)$;
- $V = \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$, $\quad U = \{A \in V \mid A = A^T\}$;
- $V = \mathbb{R}[x]_{\leq 3}$, $\quad U = \{p(x) \in V \mid p(5) = 0\}$.

Esercizio 4. Calcolare gli autovalori reali delle seguenti matrici e le loro molteplicità geometriche:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 8 & -27 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$