Algebra lineare

Anno accademico 2019/20

Prova scritta in modalità telematica - 21 luglio 2020

Tre esercizi, 90 minuti di tempo

Occorre motivare le risposte.
Una soluzione corretta priva di motivazione riceverà 0 *punti.*

Esercizio	Punti totali	Punteggio
1	10	
2	10	
3	10	
Totale	30	

Esercizio 1. Determinare tutti gli $z \in \mathbb{C}$ che soddisfino l'equazione $z^2 - \overline{z}^2 = 4\overline{z} - 4$.

Esercizio 2. Sia M_3 lo spazio vettoriale reale delle matrici 3×3 a coefficienti reali. Dopo aver calcolato la dimensione di M_3, dire, motivando la risposta, quali dei seguenti sottoinsiemi V, W, Z di M_3 siano sottospazi affini. Infine determinarne la dimensione di ciascun sottospazio affine e dire se siano sottospazi vettoriali.

(i) $V = \{A \in M_3 \mid \det A = 0\}$.

(ii) $W = \{A \in M_3 \mid \det A = 0, \operatorname{tr} A = 0\}$.

(iii) $Z = \{A \in M_3 \mid A - 3A^t = I\}$.

Esercizio 3. Scrivere la matrice associata a $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, utilizzando la base canonica sia in partenza che in arrivo, sapendo che

- il vettore $(1, 1, 1)^t$ è un autovettore di T di autovalore 3;
- l'autospazio di T relativo all'autovalore 0 ha equazione cartesiana $x + y + z = 0$.

Dire infine se l'endomorfismo $T^3 - \mathrm{Id}$ sia invertibile.