

Facsimile della prova d'esame

Studenti di economia finanza e assicurazioni/statistica economia e società/statistica gestionale

1. Determinare il dominio della seguente funzione:

$$\sqrt{x-y} + \log(y^2 - x).$$

Dire se si tratta di un aperto, di un chiuso o nessuna delle due. Indicare (senza giustificare) la frontiera, la parte interna e la chiusura.

2. Al variare di $n \in \mathbb{N}$ calcolare la derivata direzionale in $(0, 0)$ della seguente funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^{\frac{n}{3}}}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

rispetto al generico versore (α, β) . Per quali $n \in \mathbb{N}$ possiamo concludere che $f(x, y)$ non è differenziabile in $(0, 0)$?

3. Determinare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = xy e^x - e^y$.

4. Calcolare il seguente integrale

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

dove $D = \{(x, y) : x \geq 0, e^4 \leq xy \leq e^6, e^4 \leq yx^{-1} \leq e^8\}$ e $f(x, y) = \frac{1}{xy+1}$. Utilizzare il cambiamento di coordinate $\Phi(u, v) = (e^{u-v}, e^{u+v})$.