

Esame scritto Matematica III, a.a. 2019/2020, quinto appello

Studenti di economia finanza e assicurazioni/statistica economia e società/statistica gestionale

1. Determinare il dominio di definizione della funzione di variabile reale:

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{y - x^2}}{x^2 + y^2}.$$

Dire se si tratti di un aperto, chiuso oppure nessuna delle due. Indicare la frontiera, l'interno e la chiusura. Le risposte non vanno giustificate.

2. Determinare il più piccolo intero positivo m in modo tale che la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin(y^{\frac{m}{3}})}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

ammetta derivata direzionale in $(0, 0)$ rispetto ad ogni versore (α, β) .

Per tale valore di m la funzione f risulta continua in $(0, 0)$? Risulta differenziabile? (Giustificare entrambe le risposte.)

3. Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\iiint_D f(x, y, z) dx dy dz$$

dove $f(x, y, z) = x$ e $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, y \leq 0, z \leq 0\}$.