

**Prova scritta di Calcolo Differenziale**  
**del**  
**26/6/2009**  
**(Comm. M. Badii, A. Davini, C. Nebbia)**

1. Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} - x$$

trovare gli asintoti, calcolare la derivata prima e seconda e disegnarne il grafico.

2. Calcolare il massimo, il minimo assoluti e l'immagine della funzione

$$f(x) = (2x - 1)\sqrt{1+x}$$

nell'intervallo  $[-1, 1]$ .

3. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + (\sin x)^2} - \sqrt{1 - (\sin x)^2}}{1 - \cos x}$$

4. Studiare le seguenti serie

a) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2$$

b) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + \sqrt{n}}$$

5. Dire quante volte è derivabile in  $x = 0$  la funzione

$$f(x) = |x| \log(1+x)$$