

Esercizio 1. Si determini la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' + 2y' = 2 + e^t(3t + 4)$$

Esercizio 2. Trovare la soluzione y del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -\frac{1}{t+3}y - \frac{t}{t+3}e^{2t} \\ y(0) = -\frac{11}{12}. \end{cases}$$

Specificare qual è l'intervallo massimale in cui tale soluzione è definita.

Esercizio 3. Trovare la funzione $y : (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ che risolve il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{4y^2}{t^2 - 4} \\ y(3) = \frac{1}{\log(5)}. \end{cases}$$

Esercizio 4.

(i) Determinare l'insieme di definizione D della funzione

$$f(x, y) = \log((x^2 + y^2 - 25)(y - 2x^2)).$$

Dire se il punto $P = \left(\frac{5}{\sqrt{2}}, -\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$ appartiene a D e se è un punto interno, esterno o di frontiera per D .

(ii) Calcolare le derivate parziali della funzione

$$g(x, y) = x \cos(x^2 - y) + y \sin(x^2 - y).$$

Determinare quindi l'equazione del piano tangente a g nel punto $(-1, 1)$.