

# Programma di Istituzioni di Matematica II

A. Davini

Corso di laurea triennale di Chimica

CFU: 6    Ore di lezione: 60

- 1. Equazioni Differenziali Ordinarie.** Equazioni differenziali del primo ordine e Problema di Cauchy. Equazioni del primo ordine a variabili separabili. Equazioni del primo ordine lineari omogenee e non omogenee. Metodo di variazione delle costanti. Integrale generale per equazioni lineari del secondo ordine omogenee a coefficienti costanti e polinomio caratteristico. Integrale generale per equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti non omogenee: metodo di somiglianza. Soluzioni del Problema di Cauchy.
- 2. Algebra Lineare.** Punti e vettori nel piano e nello spazio e in  $\mathbb{R}^n$ , modulo o lunghezza di un vettore, somma di vettori e prodotto di un modulo o lunghezza di un vettore, somma di vettori e prodotto di un vettore per uno scalare. Prodotto scalare e vettoriale, combinazione lineare di vettori, vettori linearmente indipendenti. Definizione di matrice e operazioni con le matrici: addizione, moltiplicazione per uno scalare e prodotto (riga per colonna) di matrici. Matrici quadrate, triangolari e diagonali. Il prodotto di matrici quadrate non è commutativo. Matrice trasposta, trasposta del prodotto di due matrici, matrici che coincidono con la trasposta, matrici simmetriche. Complementi algebrici degli elementi di una matrice quadrata. Determinante di una matrice quadrata e regole di calcolo per matrici di tipo  $(2, 2)$ ,  $(3, 3)$  e per matrici triangolari e diagonali, complementi algebrici e Teorema di Laplace. Proprietà del determinante di una matrice, condizioni per l'annullamento del determinante. Teorema di Binet sul determinante del prodotto di matrici. Matrici invertibili e inversa di una matrice. Rango o caratteristica di una matrice. Sistemi lineari di  $n$  equazioni in  $n$  incognite, omogenei e non, risolubilità nel caso in cui la matrice dei coefficienti abbia determinante diverso da zero (Teorema di Cramer). Sistemi lineari di  $m$  equazioni in  $n$  incognite, condizione per l'esistenza di soluzioni (Teorema di Rouchè Capelli), metodo di risoluzione. Matrici di tipo  $(m, n)$  come applicazioni lineari tra  $\mathbb{R}^n$  e  $\mathbb{R}^m$ , immagine e nucleo. Cenni su autovalori e autovettori di una matrice quadrata, ricerca di autovalori e autovettori per matrici di tipo  $(2, 2)$ .
- 3. Calcolo differenziale per funzioni di più variabili.** Distanza fra punti di  $\mathbb{R}^2$  o di  $\mathbb{R}^n$ . Limiti e continuità per funzioni reali di più variabili, operazioni con i limiti, forme indeterminate. Insiemi limitati, aperti, chiusi e punti di frontiera di un insieme. Derivate parziali, vettore gradiente, regole di derivazione. Definizione di piano tangente per funzioni di due variabili di classe  $C^1$ , approssimazione con funzioni lineari. Derivate direzionali, formula del gradiente per il calcolo delle derivate direzionali. Derivate successive, matrice hessiana, teorema di Schwarz sull'inversione dell'ordine delle derivate. Minimi e massimi relativi. Punti critici e teorema di Fermat. Ricerca di minimi e massimi relativi o di punti di sella per funzioni di due variabili.
- 4. Funzioni vettoriali.** Limiti e continuità per funzioni vettoriali. Derivazione di funzioni vettoriali, matrice Jacobiana. Curve nel piano e nello spazio. Curve regolari o regolari a tratti, vettore e versore tangente, velocità scalare. Rappresentazioni parametriche di curve piane in coordinate polari. Rappresentazione parametrica del grafico di una funzione scalare di una variabile. Lunghezza di una curva regolare. Integrale curvilineo (di prima specie) di una funzione scalare. Campi vettoriali nel piano o nello spazio, rotore e campi irrotazionali (o chiusi), divergenza di un campo vettoriale. Campi vettoriali conservativi, primitive o potenziali di un campo vettoriale. Un campo vettoriale conservativo è sempre irrotazionale ma non vale il viceversa. Insiemi aperti connessi o semplicemente connessi. Un campo vettoriale irrotazionale in un aperto semplicemente connesso è conservativo. Ricerca delle primitive di un campo conservativo. Integrale curvilineo (di seconda specie o lavoro del campo vettoriale lungo una curva) di un campo vettoriale. Calcolo di integrali curvilinei di campi vettoriali conservativi mediante una primitiva.

**5. Calcolo integrale per funzioni di più variabili.** Integrali doppi di funzioni continue di due variabili definite su rettangoli, definizione e formule di riduzione. Integrali doppi su domini normali o semplici e relative formule di riduzione. Cambiamento di variabili (in coordinate polari) negli integrali doppi. Integrali doppi generalizzati per funzioni definite in domini non limitati o per funzioni non limitate. Formule di Gauss-Green e teorema della divergenza nel piano. Integrali tripli per funzioni continue di tre variabili definite su parallelepipedi, definizione e formule di riduzione.

### **Testi consigliati**

M. BRAMANTI, C.D. PAGANI, S. SALSA, *Matematica - Calcolo Infinitesimale e Algebra Lineare*, Zanichelli.