

# Istituzioni di Matematica II

Laurea Triennale in Chimica

Registro Didattico a.a. 2020/2021

12 maggio 2021

**Lezione 1 (1 marzo 2021)** Introduzione al corso.

**Lezione 2-3 (3 marzo 2021)** Punti e vettori nel piano e nello spazio. Norma di un vettore, somma di vettori e moltiplicazione di un vettore per uno scalare.

**Lezione 4-5 (5 marzo 2021)** Combinazione lineare di vettori. Vettori linearmente dipendenti e indipendenti. sottospazio vettoriale, base di un sottospazio vettoriale e sua dimensione. Prodotto scalare di vettori, ortogonalità. Proprietà del prodotto scalare e della norma. Una collezione di vettori a due a due ortogonali sono sempre linearmente indipendenti.

**Lezione 6 (8 marzo 2021)** Matrici e applicazione alla risoluzione dei sistemi lineari.

**Lezione 7-8 (10 marzo 2021)** Operazioni tra matrici: somma, prodotto per scalare. Prodotto tra matrici: definizione ed esempi. Il prodotto tra matrici non è commutativo: esempi. Proprietà del prodotto tra matrici: proprietà associativa e distributiva rispetto alla somma. Matrice identità. Trasposta di una matrice. Matrici simmetriche e antisimmetriche.

**Lezione 9-10 (12 marzo 2021)** Determinanti di matrici quadrate: regola di Laplace per il calcolo del determinante, proprietà del determinante.

**Lezione 11 (15 marzo 2021)** Proprietà del determinante. Esercizi.

**Lezione 12-13 (17 marzo 2021)** Esercizi su calcolo del determinante di matrici. Significato geometrico del determinante. Rango di una matrice. Proposizione di Kronecker. Esempi.

**Lezione 14-15 (19 marzo 2021)** Teorema: il rango di una matrice  $A$  è uguale al numero di vettori riga e di vettori colonna di  $A$  linearmente indipendenti. Definizione di applicazione lineare. Una matrice induce una applicazione lineare. Definizione di nucleo e immagine di una applicazione lineare. Teorema: il nucleo e l'immagine di una applicazione lineare  $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  sono sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^n$  e  $\mathbb{R}^m$ , rispettivamente. Teorema: data una matrice  $A$ , il rango di  $A$  è uguale alla dimensione dell'immagine di  $A$  (intesa come sottospazio vettoriale).

**Lezione 16-17 (22 marzo 2021)** Definizione di matrice inversa e invertibile. Teorema: condizione necessaria e sufficiente perché una matrice sia invertibile. Formula per il calcolo dell'inversa di una matrice. Esempi. Prodotto di matrici invertibili e inversa del prodotto. Sistemi lineari di  $m$  equazioni in  $n$  incognite. Caso

$m = n$ : Teorema di Cramer e calcolo della soluzione del sistema tramite la matrice inversa. Esercizi ed esempi.

**Lezione 18-19 (24 marzo 2021)** Sistemi lineari di  $m$  equazioni in  $n$  incognite. Caso  $m = n$ : Teorema di Cramer e calcolo della soluzione del sistema tramite la matrice inversa. Caso generale: Teorema di Rouché-Capelli e calcolo dell'infinità delle soluzioni (con idea della dimostrazione). Schema risolutivo per sistemi lineari usando il Teorema di Rouché-Capelli. Esercizi ed esempi.

**Lezione 20-21 (26 marzo 2021)** Esercizi su sistemi lineari e sistemi lineari dipendenti da un parametro. Autovalori ed autovettori di una matrice  $n \times n$ . Ricerca di autovalori e autovettori: esercizi ed esempi.