Correzione esame 5.2.18
per Scienze Ambientali

ESERCIZIO 1

VALORI	FREQ. ASS
2	4
3	3
4	1
5	6
6	2

$$\text{Mediana} = \frac{8^\circ\text{ valore} + 9^\circ\text{ valore}}{2} = \frac{4+5}{2} = 4.5$$

Moda $= 5$ (ha frequenza massima)

$$\text{Media campionaria} = \frac{2\cdot 4+3\cdot 3 + 4\cdot 1+5\cdot 6+6\cdot 2}{16} = \frac{63}{16} = 3.9375$$

ESERCIZIO 2

$$\begin{cases} 2x-3y=4 \\ -x+2y=3x \end{cases}$$ ha soluzione $x=-1$, $y=-2$. (nell'esame andavano scritti i calcoli Qui li ometto)

ESERCIZIO 3

$$\frac{-x^3+2x+1}{2x^2-5} = \frac{x^3\left(-1+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)}{x^2\left(2-\frac{5}{x^2}\right)} = x\,\frac{\left(-1+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)}{2-\frac{5}{x^2}}$$

$x \to -\infty$, $-1+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3} \to -1 + 0 + 0$, $2-\frac{5}{x^2} \to 2 - 0$

Siccome $-\infty \cdot \frac{-1}{2} = +\infty$ abbiamo

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{-x^3+2x+1}{2x^2-5} = +\infty$$

ESERCIZIO 4

$f(x) = xe^{-x}$ $\quad f'(x) = Dx\cdot e^{-x} + xD(e^{-x}) = e^{-x} + x(-e^{-x}) = e^{-x} - xe^{-x}$

$$f''(x) = D(e^{-x}) - \underbrace{D(xe^{-x})}_{f'(x)} = -e^{-x} - f'(x) = -e^{-x} - e^{-x} + xe^{-x} = xe^{-x} - 2e^{-x}.$$

$f(1) = \frac{1}{e}$ $\quad f'(1) = e^{-1} - 1\cdot e^{-1} = 0$

$$f''(1) = 1\cdot e^{-1} - 2e^{-1} = -e^{-1} = -1/e.$$

$$P_2(x) = f(1) + f'(1)(x-1) + \frac{f''(1)}{2!}(x-1)^2 = \frac{1}{e} - \frac{1}{2e}(x-1)^2$$

$$= \frac{1}{e} - \frac{1}{2e}(x^2-2x+1) = \frac{1}{2e} - \frac{x^2}{2e} + \frac{x}{e}$$

ESERCIZIO 5

$f(x) = 1+\sin x$. Primitiva di $f(x)$ è $F(x) = x - \cos x$.

Quindi $\int_0^{\pi/2} (1+\sin x)\,dx = \left[F(x)\right]_0^{\pi/2} = \left[x - \cos x\right]_0^{\pi/2}$

$= \left[\frac{\pi}{2} - \cos\frac{\pi}{2}\right] - \left[0 - \cos 0\right] = \left[\frac{\pi}{2} - 0\right] - \left[0 - 1\right] = \frac{\pi}{2} + 1.$

ESERCIZIO 6

a) $S = \{(a,b) : a,b \in \{1,\dots,6\}\}$ spazio campionario.

a rappresenta il risultato del 1° lancio, b il risultato del 2° LANCIO.

Per simmetria (dado onesto) S ha esiti equiprobabili.

$|S| = 6 \times 6 = 36$ per principio di enumerazione.

a) $E = \{(a,b) \in S : a+b = 6\}$

$= \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$

$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{5}{36}$

b) $G =$ "il primo lancio dà 3" $= \{(a,b) \in S : a = 3\}$

$P(G|E) = \frac{|G \cap E|}{|E|} = \frac{1}{5}$

S ha esiti equiprob.

$G \cap E = \{(3,3)\}$

ESERCIZIO 7

$E(X) = -1 \cdot \frac{2}{9} + 0 \cdot \frac{2}{9} + 2 \cdot \frac{5}{9} = -\frac{2}{9} + \frac{10}{9} = 8/9$ ← valore atteso di X.

$Var(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) - \left(\frac{8}{9}\right)^2$

$E(X^2) = (-1)^2 \frac{2}{9} + 0^2 \cdot \frac{2}{9} + 2^2 \cdot \frac{5}{9} = \frac{2}{9} + \frac{20}{9} = \frac{22}{9}.$

Quindi $Var(X) = \frac{22}{9} - \frac{64}{81} = \frac{22 \cdot 9 - 64}{81} = \cancel{\frac{149}{81}}\ \frac{134}{81}$

ESERCIZIO 8

Una variabile aleatoria X si dice gaussiana di media μ e varianza σ^2 se X è variabile aleatoria continua con funzione di densità $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$.

Una variabile aleatoria gaussiana standard è una gaussiana di media 0 e varianza 1.